الوحدة الاولى

الثامن

شرح وحل جميع اسئلة الوحدة
(الاعداد الحقيقية)

رافت صافي
مدرسة سمر الثانوية للبنين
0785824464

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الجذور التربيعية

مقدمة

* مربع العدد : ضرب العدد في نفسه مرتان

العدد	مربع العدد	العدد	مربع العدد	العدد	مربع العدد
1	1	6	36	11	121
2	4	7	49	12	144
3	9	8	64	13	169
4	16	9	81	14	196
5	25	10	100	15	225

تسمى الاعداد 1 4 9 16 25 6 ... مربعات كاملة لان كل منها يساوي مربع عدد صحيح .

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الجذر التربيعي : الجذر التربيعي لعدد ما هو ذلك العدد الذي مربعه يعطي ما تحت الجذر

بالرموز :- $\sqrt{a}$ ← رمز الجذر ، a ← المجذور

حيث الرقم تحت الجذر يسمى المجذور

كيف نقرأ :-

$\sqrt{25}$:- الجذر التربيعي للعدد 25

$-\sqrt{25}$: الجذر التربيعي السالب للعدد 25

$\pm\sqrt{25}$:- الجذر التربيعي الموجب أو السالب للعدد 25

ملاحظة :-

لايجاد الجذر التربيعي للكسر العادي نجد جذر كل من البسط والمقام
أما الكسر العشري نحوله الى كسر عادي ونجد جذر كل من البسط والمقام

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* جد كلاً من الجذور الآتية :-

① $\sqrt{36}$ ② $\pm\sqrt{1.69}$

③ $-\sqrt{\frac{25}{64}}$ ④ $\sqrt{81}$

⑤ $-\sqrt{1.96}$ ⑥ $\pm\sqrt{\frac{4}{121}}$

⑦ $\sqrt{\frac{49}{169}}$ ⑧ $\sqrt{0.0001}$

الحل :-

① 6

② $\pm\sqrt{\frac{169}{100}}$ ناخذ جذر البسط والمقام

$\pm\frac{13}{10} = \pm 1.3$

③ $-\frac{5}{8}$

④ 9

⑤ $-\sqrt{\frac{196}{100}} = \frac{-14}{10} = 1.4$

⑥ $\pm\frac{2}{11}$ ⑦ $\frac{7}{13}$ ⑧ $\sqrt{\frac{1}{10000}} = \frac{1}{100} = 0.01$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

توضيح :- لايجاد جذر عدد يحوي اصفار ناخذ من كل صفرين صفر واحد ثم ناخذ جذر العدد المتبقي

مثلاً :- $\sqrt{40000}$:- اربع أصفار ناخذ منها صفران ونأخذ جذر العدد 4

$\sqrt{40000} \rightarrow 200$

---

* لحساب جذر الاعداد الكبيرة نلجأ الى التحليل

جد :- $\sqrt{576}$

2	576
2	288
2	144
2	72
2	36
2	18
3	9
3	3
	1

الحل :-

$2\times2\times2\times2\times2\times3\times3 = 576$

$\sqrt{576} = 2\times2\times2\times3$

$= 24$ وعليه

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* لنأخذ الحالة الآتية :-

$(\sqrt{25})^2 = 5^2 = 25$ هنا أخذنا الجذر ثم المربع

$(\sqrt{36})^2 = 6^2 = 36$

وعليه نتوصل الى النتيجة :-

① $(\sqrt{a})^2 = a$

② $(-\sqrt{a})^2 = a$

---

* جد قيمة :-

① $(\sqrt{81})^2$ ② $(-\sqrt{0.01})^2$

③ $\frac{\sqrt{100-36}}{\sqrt{16}}$ ④ $\sqrt{0.25+1.44}$

⑤ $\sqrt{2.61-0.36}$ ⑥ $0.4^2+\sqrt{1.96}$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الحل :-

① 81 ② 0.01

③ $\frac{\sqrt{64}}{\sqrt{16}} = \frac{8}{4} = 2$ بداية ناخذ الطرح تحت الجذر

④ $\sqrt{1.69} = \sqrt{\frac{169}{100}} = \frac{13}{10} = 1.3$

$\begin{array}{r} 0.25 \\ +\ 1.44 \\ \hline 1.69 \end{array}$

⑤ $\sqrt{2.25} = \sqrt{\frac{225}{100}} = \frac{15}{10} = 1.5$

$\begin{array}{r} 2.^{5}\cancel{6}^{11} \\ -\ 0.36 \\ \hline 2.25 \end{array}$

⑥ $0.4^2 + \sqrt{\frac{196}{100}}$

$0.16 + \frac{14}{10} = 0.16 + 1.4$

$= 1.56$

$\begin{array}{r} 0.16 \\ +\ 1.40 \\ \hline 1.56 \end{array}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حل المعادلات

تعلمنا في الصف السابع حل المعادلات الخطية
وعليه سنتعلم حل معادلات غير خطية، كما يلي :-

بالختصر
للتخلص من الأس نأخذ الجذر، وللتخلص من الجذر نأخذ الأس

① اذا كان $x^2 = c$ فان :-

$$x = \pm\sqrt{c}$$

② اذا كان $\sqrt{x} = c$ فان

$$x = c^2$$

حل المعادلات الآتية :-

① $x^2 = 144$

الحل :- $x = \pm\sqrt{144}$
$= \pm 12$

② $t^2 = \frac{1}{36}$

الحل :- $t = \pm\sqrt{\frac{1}{36}} = \pm\frac{1}{6}$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

③ $y^2 = 2.25$

الحل :-
$y = \pm\sqrt{2.25}$
$= \pm\sqrt{\frac{225}{100}} = \pm\frac{15}{10} = \pm 1.5$

④ $x^2 = \frac{16}{169}$

الحل :- $x = \pm\sqrt{\frac{16}{169}} = \pm\frac{4}{13}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

⑤ $t^2 = \frac{64}{100}$

الحل: $t = \pm\sqrt{\frac{64}{100}} = \pm\frac{8}{10}$

$= \pm 0.8$

⑥ $y^2 = 0.0144$

الحل: $y = \pm\sqrt{\frac{144}{10000}} = \pm\frac{12}{100}$

$= \pm 0.12$

رأفت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

⑦ $\sqrt{y} = \frac{3}{5}$

الحل: $y = (\frac{3}{5})^2 = \frac{9}{25}$

لتربيع كسر ضعا نربع البسط والمقام

---

* ضع الإشارة $<$ أو $>$ أو $=$ في $\square$:

① $\sqrt{2.61 - 0.65} \square 1.6$

الحل: ضعا بداخلها ناتج الطرح تحت الجذر :

$\sqrt{1.96} = \sqrt{\frac{196}{100}} = \frac{14}{10} = 1.4$

$$\begin{array}{r} 1\,2.\overset{15}{\cancel{6}}\overset{1}{\cancel{5}}\overset{1}{\cancel{4}}'' \\ 0.65 \\ \hline 1.96 \end{array}$$

وعليه يصبح السؤال :

$1.4 \square 1.6$

ضعا الجزء الصحيح متساوي نقارن الجزء العشري

② $1.3^2 \square \sqrt{1.27 + 1.29}$

الحل: ضعا بداخل مربع 1.3^2 ثم بداخل منقه الجذر ثم نقارن

$1.3^2 = 1.3 \times 1.3 = 1.69$

$\sqrt{1.27 + 1.29} = \sqrt{2.56} = \sqrt{\frac{256}{100}} = \frac{16}{10} = 1.6$

$1.69 \square 1.60$

وعليه يصبح السؤال :
الجزء الصحيح متساوي نقارن الجزء العشري مع اضافة اصفار

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

③ $\sqrt{0.81}$ ☐ 0.9^2

الحل: نجد أولاً مربع العدد ثم الجذر التربيعي

$\sqrt{0.81} = \sqrt{\frac{81}{100}} = \frac{9}{10} = 0.9$

$0.9^2 = 0.81$

وعليه يصبح السؤال:

0.90 ☐ 0.81

$0.90 > 0.81$

عند مقارنة كسور عشرية نجعل عدد المنازل يمين الفاصلة متساوي بإضافة أصفار

④ $\sqrt{1.24+0.2}$ ☐ 1.2

الحل: نجد قيمة الجذر أولاً:-

$\sqrt{1.24+0.2} = \sqrt{1.44} = \sqrt{\frac{144}{100}} = \frac{12}{10} = 1.2$

وعليه يصبح السؤال:

1.2 ☐ 1.2

$1.2 = 1.2$

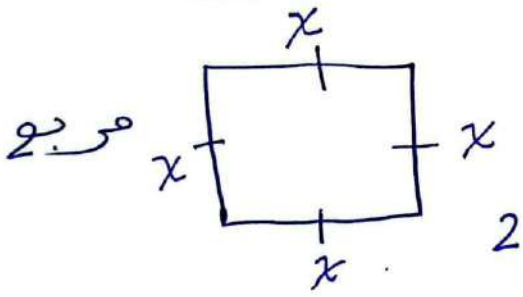
تذكير:

مربع طول ضلعه x

فإن:

① مساحة المربع = (طول الضلع)^2

② محيط المربع = 4 × طول الضلع

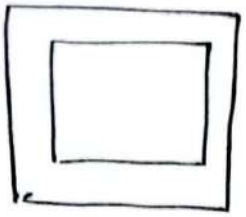


بالرموز:

A: مساحة $A = x^2$

M: محيط $M = 4x$

* صورة مربعة الشكل مساحتها $3136\ cm^2$ أريد تأطيرها وضعها في بحواز مربع الشكل طول ضلعه الداخلي $58\ cm$ هل يمكنها ذلك.



الحل:

نجد طول ضلع الصورة

مساحة المربع $A = x^2$

عوض مكان المساحة $3136 = x^2$

حل المعادلة $x = \sqrt{3136} = 56$

نستطيع وضع الصورة في البرواز لأن $58 > 56$

---

* تستعمل العلاقة $L = 0.0625\ s^2$ لإيجاد السرعة القصوى للجري s بالمتر لكل ثانية لشخص طول ساقه L سنتيمتراً. جد أقصى سرعة لشخص طول ساقه $0.64\ m$

الحل:

عوض مكان L $L = 0.0625\ s^2$

نقسم على 0.0625 $0.64 = 0.0625\ s^2$

حل المعادلة $s^2 = \frac{0.64}{0.0625}$

$s = \sqrt{\frac{0.64}{0.0625}} = \frac{0.8}{0.25}$

$= \frac{80}{25}$

$= 3.2\ m/s$

رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* بلاط بنّاء أرضية غرفة مربعة الشكل بـ 75 بلاطة بيضاء و 75 بلاطة صفراء و 75 بلاطة بنية. ما عدد البلاطات التي تشكل طول ضلع قاعدة الغرفة.

الحل: عدد البلاطات يمثل مساحة الأرضية

$75 + 75 + 75 = 225$

نعلم أن: مساحة المربع / عوض مكان المساحة $A = x^2$

حل المعادلة $225 = x^2$

$x = \sqrt{225} = 15$

ناخذ الموجب لأن الطول دائماً موجب

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

---

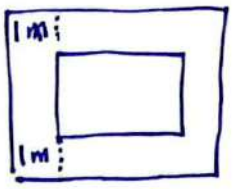
* مسبح مربع الشكل مساحته $169\ m^2$ - يحيط به ممر عرضه $1\ m$ حدد محيط الممر

الحل: نجد أولاً طول ضلع المسبح

مساحة المربع / عوض مكان المساحة $A = x^2$

حل المعادلة $169 = x^2$

$x = \sqrt{169} = 13$



وعليه طول ضلع الممر: $13 + \underbrace{1 + 1}_{\text{اليمين واليسار}} = 15$

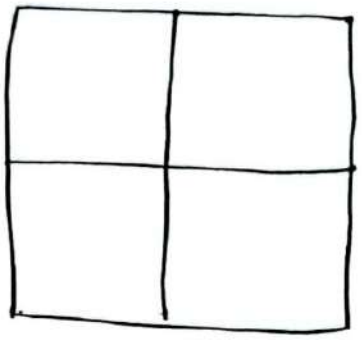
نكتب قانون المحيط

$M = 4x$

$= (4)(15) = 60\ m$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* في حفل تخريج للطلبة في احدى الجامعات ، وزعت المقاعد على 4 أقسام كل منها على شكل مربع منه العدد نفسه من المقاعد لتشكل الاقسام الاربعة معاً مربعاً كبيراً . اذا كان في احد الأقسام 625 مقعداً ، فما عدد المقاعد المخصوصة على ضلع المربع الكبير



الحل :- 625 تمثل مساحة أحد الاقسام

$A = x^2$

حل المعادلة $625 = x^2$

$x = \sqrt{625} = 25$

رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

وعليه طول ضلع المربع الكبير $25+25=50$

حل آخر :- مساحة الاقسام جميعها $625 \times 4 = 2500$ ثم ناخذ الجذر

---

* هل يمكن ايجاد $\sqrt{-100}$ أبرر اجابتي

الحل :- لا ، لانه لا يوجد عدد مربعه -100

---

* قرر مصمم تنسيق ارضية مرج مربعة الشكل نوعين خاصين من الخشب سعر المتر المواحد 4 JD فبلغت تكلفته 1024 JD . جد طول المرج

الحل :- التكلفة = المساحة × السعر

$4 \times A = 1024$ نقسم على 4

$A = \frac{1024}{4} = 256$

وعليه مساحة المربع $A = x^2$

حل المعادلة $256 = x^2$

$x = \sqrt{256} = 16$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الوحدة (1)

الجذور الصماء

الدرس (2)

مقدمة :- $\sqrt{5}$ ، $\sqrt{7}$ ، $\sqrt{35}$ هذه جذور ✓ صفا

يمكن ايجاد اجابة دقيقة لعدد مربعه يعطينا ما تحت الجذر ✓ مثل هذه الجذور تسمى ((جذور صماء))

كيف يمكن ايجاد تقدير للجذور الصماء :-

① نحصر الجذور بين مربعين كاملين متتاليين ونكتبها على صورة متباينة

② اخذ جذر كل الاطراف مع بقاء الجذر مع الجذر الأصم

③ نحدد المربع الكامل الاقرب الى الجذر الأصم ويأخذ جوابه

وكذلك يمكن ايجاده من خلال الآلة الحاسبة :-

* قدّر قيمة :- ① $\sqrt{83}$ ② $\sqrt{125}$ ③ $\sqrt{160}$

الحل :

③ $144 < 160 < 169$

$\sqrt{144} < \sqrt{160} < \sqrt{169}$

$12 < \sqrt{160} < 13$

↓

اقرب الى 169

$\sqrt{160} \simeq 13$

الآلة الحاسبة :-

$\sqrt{160} \simeq 12.6491$

$\sqrt{160} \simeq 13$ ← اكبر من 5 يعطي (1)

② $121 < 125 < 144$

$\sqrt{121} < \sqrt{125} < \sqrt{144}$

$11 < \sqrt{125} < 12$

↓

اقرب الى 121

وعليه :-

$\sqrt{125} \simeq 11$

الآلة الحاسبة :-

$\sqrt{125} = 11.1803\ldots$

$\sqrt{125} \simeq 11$

① $81 < 83 < 100$ اكتب المتباينة

$\sqrt{81} < \sqrt{83} < \sqrt{100}$ جذر كل عدد

$9 < \sqrt{83} < 10$ ابسط

وعليه 83 أقرب الى 81

وعليه :-

$\sqrt{83} \simeq 9$

من خلال الآلة الحاسبة :-

$\sqrt{83} = 9.110433\ldots$

↓

اقل من 5 عند التقريب

$\sqrt{83} \simeq 9$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* خواص ضرب وقسمة الجذور التربيعية وقسمتها :-

① $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$

مثال :- $\sqrt{5} \times \sqrt{5} = 5$
$\sqrt{7} \times \sqrt{7} = 7$

② $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$ يتوزع الجذر على الضرب بشرط الجذور موجبة

مثال :- $\sqrt{9 \times 25} = \sqrt{9} \times \sqrt{25}$
$= 3 \times 5 = 15$

③ $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ يتوزع الجذر على القسمة بشرط الجذور موجبة

مثال :- $\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}} = \frac{3}{5}$

رانيا صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

---

* كيف نبسط جذر أصم :- على صورة $\sqrt{a}$

١) نكتب ما تحت الجذر على شكل حاصل ضرب عددان احدهما مربع كامل « احد العددان لـ جذر »

٢) نوزع الجذر على الضرب مع بقاء الجذر أصم كما هو

مثال :- بسط كل مما يلي :-

① $\sqrt{8}$ ② $\sqrt{192}$

الحل :-

① $\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2}$
$= 2\sqrt{2}$

هنا تحثنا عن عددان ضربهما 8 بحيث احد العددان لـ جذر

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تم حل السؤال بناءً على طلبة مميزين بعمليات الضرب

((حساب ذهني عند))

② $\sqrt{192} = \sqrt{64 \times 3} = \sqrt{64} \times \sqrt{3}$
$= 8\sqrt{3}$

حل آخر :- في حالة كان الجذر كبير نوعاً ما نلجأ للتحليل ونأخذ من كل عاملين متساويين معامل واحد والمتبقين نضع له جذر

$\sqrt{192} = 2 \times 2 \times 2 \times \sqrt{3}$
$= 8\sqrt{3}$

2	2	192
	2	96
2	2	48
	2	24
2	2	12
	2	6
	3	3
		1

← يبقى داخل الجذر

اذا كان المجذور كسر هنا نقوم بتبسيطه :-

* بطاقة ماركة :-

① $\sqrt{\frac{48}{81}}$

الحل :-

$\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{81}}$ ← نستخدم التحليل او تفكيك الذهني

نوزع الجذر

ام له جذر

يبط فهو جذر اهم

$= \frac{\sqrt{16 \times 3}}{9}$

$= \frac{\sqrt{16} \times \sqrt{3}}{9} = \frac{4\sqrt{3}}{9}$

ضنا المقام له جذر فنقوم بتوزيع الجذر على القسمة

2	2	48
	2	24
2	2	12
	2	6
	3	3
		1

← تحت الجذر

5	5	180
← تحت الجذر	2	36
	2	18
	3	9
	3	3
		1

② $\sqrt{\frac{180}{25}}$

نستخدم التحليل أو التفكير الذهني

الحل :-

$\frac{\sqrt{180}}{\sqrt{25}} = \frac{\sqrt{36 \times 5}}{5} = \frac{\sqrt{36} \times \sqrt{5}}{5}$

$= 6\frac{\sqrt{5}}{5}$

ضنا المقام له جذر

تنويه :- تم حساب $\sqrt{180}/\sqrt{48}$ بناءً على قدرات عليا عند طلبة مميزين بالحساب الذهني، لكن الأفضل هو اللجوء الى التحليل

③

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

انطاف المقام :- عند وجود جذر أصم في المقام وللحصول على مقدار لا يحوي مقامه جذراً في هذه الحالة نقوم بضرب البسط والمقام في هذا الجذر الأصم وهذه العملية تسمى انطاف المقام

اذا كان في المقام جذراً فان المقدار الجذري لا يكون في ابسط صورة

* بسّط كل مما يلي :-

① $\frac{14}{\sqrt{7}}$ ② $\frac{30}{\sqrt{6}}$

الحل :-

① $\frac{14}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}$ اضرب البسط والمقام بـ $\sqrt{7}$

$\frac{14\sqrt{7}}{7}$ تذكر :- $\sqrt{a} \times \sqrt{a} = a$

$2\sqrt{7}$ بسط

انتبه :- عند ضرب عدد في جذر نضع العدد بجانب الجذر ولا يجوز ضربه بداخل الجذر

② $\frac{30}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}$

$\frac{30\sqrt{6}}{6}$ بسط

$5\sqrt{6}$

رأفت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

رافت صافي
٠٧٨٥٢٤٤٦٤

العمليات الكتابية على الجذور

أولاً :- الجمع والطرح

نستطيع جمع وطرح الجذور التربيعية الصماء بشرط ان يتساوى المجذور في كلا الجذرين ، حيث نجمع او نطرح فقط المعاملات مع بقاء الجذر كما هو

توضيح ← معامل الجذر :- العدد قبل الجذر مثلاً $5\sqrt{7}$ ← المعامل

$\sqrt{6}$ ← هنا المعامل (١)

مثال :- بسّط ما يلي :-

① $5\sqrt{7} + 2\sqrt{7} - 3\sqrt{7}$

هنا نستطيع الجمع لأن المجذور متساوي

$5\sqrt{7} + 2\sqrt{7} - 3\sqrt{7} = (5+2-3)\sqrt{7} = 4\sqrt{7}$

② $2\sqrt{3} - 7\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = (2-7+3)\sqrt{3} = -2\sqrt{3}$

③ $\sqrt{12} - 6\sqrt{3}$

هنا لا نستطيع الطرح لعدم تساوي المجذور وعليه نحاول جعل المجذور متساوي

$\sqrt{4\times3} - 6\sqrt{3}$

$\sqrt{4} \times \sqrt{3} - 6\sqrt{3}$

$2\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = (2-6)\sqrt{3} = -4\sqrt{3}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

④ $\sqrt{243} + \sqrt{48}$ هنا الجذور غير متساوية

* هنا نلجأ للتحليل أو حساب ذهني لكن الحساب الذهني نوعاً ما يحتاج الى طالبة مهما بين

$\sqrt{243} = 3 \times 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3}$

$\sqrt{48} = 2 \times 2 \times \sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

وعليه $\sqrt{243} + \sqrt{48} = 9\sqrt{3} + 4\sqrt{3}$

$= 13\sqrt{3}$

3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

تحليل

2	48
2	24
2	12
2	6
3	3
	1

تحليل

رانيا صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

⑤ $4\sqrt{98} + 5\sqrt{2}$

تحليل

2	98
7	49
7	7
	1

$\sqrt{98} = 7\sqrt{2}$

وعليه :-

$4\sqrt{98} + 5\sqrt{2}$

$4 \times 7\sqrt{2} + 5\sqrt{2}$

$28\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 33\sqrt{2}$

ثانياً :- خاصية التوزيع :-

نتبع نفس طريقة التوزيع التي تعلمناها سابقاً بالسنة للاعداد النسبية في الصف السابع .

① $a(b \pm c) = ax b \pm axc$

② $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

* يجوز ضرب جذر أصم بجذر آخر أصم وليس شرطاً تساوي الجذور

مثلاً :- $\sqrt{7} \times \sqrt{6} = \sqrt{7 \times 6} = \sqrt{42}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* بسط كلاً مما يلي :-

① $\sqrt{3}(2-\sqrt{7})$

الحل :-

$\sqrt{3}(2-\sqrt{7}) = \sqrt{3}\times 2 - \sqrt{3}\times\sqrt{7}$

$= 2\sqrt{3} - \sqrt{21}$

هنا نعلمه خاصية التوزيع

يفضل وضع معامل الجذر امام الجذر

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

---

② $\sqrt{2}(\sqrt{8}-1)$

الحل :-

$\sqrt{2}\times\sqrt{8} - \sqrt{2}\times 1$

$\sqrt{16} - \sqrt{2} = 4-\sqrt{2}$

انتهى الحل حيث هنا لا يجوز جمع أو طرح عدد صحيح مع جذر

---

③ $(\sqrt{7}-3)^2$

"نعلمه قواعد الأسس"

الحل :-

$(\sqrt{7}-3)(\sqrt{7}-3) = \sqrt{7}\times\sqrt{7} - \sqrt{7}\times 3 - 3\sqrt{7} + 3\times 3$

$= 7 - 3\sqrt{7} - 3\sqrt{7} + 9$

$= 16 - 6\sqrt{7}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

التدرب واحل المسائل

* قدّر ما يلي :

① $\sqrt{17}$

الحل :-

$16 < 17 < 25$

$\sqrt{16} < \sqrt{17} < \sqrt{25}$

$4 < \sqrt{17} < 5$

الـ 17 أقرب الى 16

وعليه :-

$\sqrt{17} \simeq 4$

آلة حاسبة

$4.123.. \simeq 4$

رافت صافي
٠٧٨٥٢٣٤٤٦٤

② $\sqrt{44}$

الحل :-

$36 < 44 < 49$

$\sqrt{36} < \sqrt{44} < \sqrt{49}$

$6 < \sqrt{44} < 7$

الـ 44 أقرب الى 49

وعليه :-

$\sqrt{44} \simeq 7$

آلة حاسبة

$6.633.. \simeq 7$

③ $\sqrt{70}$

الحل :-

$64 < 70 < 81$

$\sqrt{64} < \sqrt{70} < \sqrt{81}$

$8 < \sqrt{70} < 9$

الـ 70 أقرب الى 64

وعليه :- $\sqrt{70} \simeq 8$

آلة حاسبة

$8.366 \simeq 8$

④ $\sqrt{93}$

الحل :-

$81 < 93 < 100$

$\sqrt{81} < \sqrt{93} < \sqrt{100}$

$9 < \sqrt{93} < 10$

الـ 93 أقرب الى 100

وعليه :- $\sqrt{93} \simeq 10$

آلة حاسبة

$9.643.. = 10$

⑨

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* اكتب كلاً من المقادير الآتية بأبسط صورة :-

① $\sqrt{405}$

الحل :- جذر أصم :- الأفضل هو التحليل

5	405
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

يتبقى داخل الجذر

$\sqrt{405} = 3 \times 3 \times \sqrt{5} = 9\sqrt{5}$

---

② $\sqrt{\frac{132}{99}}$

الحل :- لا يوجد جذر للبسط والمقام
بسط داخل الجذر وحيث نقسم على 3 ثم نقسم على 11

$\sqrt{\frac{132 \div 3}{99 \div 3}} = \sqrt{\frac{44}{33}}$

$= \sqrt{\frac{44 \div 11}{33 \div 11}} = \sqrt{\frac{4}{3}}$ نوزع

$= \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

---

③ $\frac{6}{\sqrt{18}}$

الحل :- هنا نلجأ الى انطاق المقام

$\frac{6}{\sqrt{18}} \times \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{18}} = \frac{\overset{1}{\cancel{6}}\sqrt{18}}{\underset{3}{\cancel{18}}}$ بسط

$= \frac{\sqrt{18}}{3} = \frac{\sqrt{9 \times 2}}{3} = \frac{\sqrt{9} \times \sqrt{2}}{3} = \frac{3\sqrt{2}}{3} = \sqrt{2}$

---

④ $(4+\sqrt{3})(5-\sqrt{27})$

الحل :- نستخدم خاصية التوزيع

$4 \times 5 - 4\sqrt{27} + \sqrt{3} \times 5 - \sqrt{3} \times \sqrt{27}$

$20 - 4\sqrt{27} + 5\sqrt{3} - \sqrt{81}$

$20 - 4\sqrt{9 \times 3} + 5\sqrt{3} - 9$

$20 - 4 \times \sqrt{9} \times \sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 9$

$20 - 4 \times 3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 9$

$20 - 12\sqrt{3} + 5\sqrt{3} - 9 = 11 - 7\sqrt{3}$

رأفت صافي ٠٧٨٥٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

⑤ $4\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + \sqrt{2}$ ← ضما معامل الجذر ١

الحل :

$(4 - 7 + 1)\sqrt{2} = -2\sqrt{2}$

---

⑥ $\frac{1}{\sqrt{20}} + \sqrt{81}$

الحل :- نضمل انطاف المقام للجذر اهم

$= \frac{1}{\sqrt{20}} \times \frac{\sqrt{20}}{\sqrt{20}} + 9$

$= \frac{\sqrt{20}}{20} + 9$

$= \frac{\sqrt{4} \times \sqrt{5}}{20} + 9$

$= \frac{2\sqrt{5}}{20} + 9$

$= \frac{\sqrt{5}}{10} + 9$

---

⑦ $(6 + \sqrt{3})^2$

الحل :

$= (6 + \sqrt{3})(6 + \sqrt{3}) =$

$= 6 \times 6 + 6 \times \sqrt{3} + \sqrt{3} \times 6 + \sqrt{3} \times \sqrt{3}$

$= 36 + 6\sqrt{3} + 6\sqrt{3} + 3 = 39 + 12\sqrt{3}$

---

⑧ $\sqrt{12} - 43 + 2\sqrt{9}$

الحل :-

$\sqrt{4 \times 3} - 43 + 2 \times 3$

$\sqrt{4} \times \sqrt{3} - 43 + 6$

$2\sqrt{3} - 43 + 6$

$2\sqrt{3} - 37$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* تمثل الصيغة $\frac{375}{\sqrt{c}}$ عدد التذبذبات الناتجة عن حركة بندول ساعة طوله $\sqrt{c}$ in في الدقيقة، أوجد عدد تذبذبات بندول إذا كانت $c = 45$ in

السؤال مهم جدًا

الحل :- نعوض في الصيغة بدل c

$$\frac{375}{\sqrt{45}} \times \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{45}} = \frac{375\sqrt{45}}{45}$$

نبسط بالقسمة على 5

$$= \frac{75\sqrt{45}}{9} \approx \frac{75 \times 7}{9}$$

$\sqrt{36} < \sqrt{45} < \sqrt{49}$ (أقرب)

---

* يمكن حساب مساحة المثلث باستعمال الصيغة

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$

حيث a و b و c أطوال أضلاع المثلث و s نصف المحيط

جد مساحة مثلث أطوال أضلاعه 6 و 8 و 10

الحل :- نجد s :-

محيط المثلث $= 10 + 8 + 6$

$= 24$

$s = \frac{24}{2} = 12$ وعليه

$$A = \sqrt{12(12-10)(12-8)(12-6)}$$

$$= \sqrt{(12)(2)(4)(6)}$$

$$= \sqrt{(24)(24)} = 24$$

وهذا الخبر خير أجمع

رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* يتكرر وجود المستطيل الذهبي في موسيقة نوتيلوس البحري، اذا علمت ان نسبة طول المستطيل الذهبي الى عرضه تساوي $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ فجد هذه النسبة

الحل :- نقدر $\sqrt{5}$:-

$4 < 5 < 9$

$\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$ 5 أقرب الى 4

$2 < \sqrt{5} < 3$

وعليه $\sqrt{5} = 2$

ومنه :- $\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2}$

رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

---

* اذا كان $\square$ عدداً صحيحاً موجباً أقل من 10 فجد قيمة $\square$ حيث :-

$2.8 < \sqrt{\square} < 4$

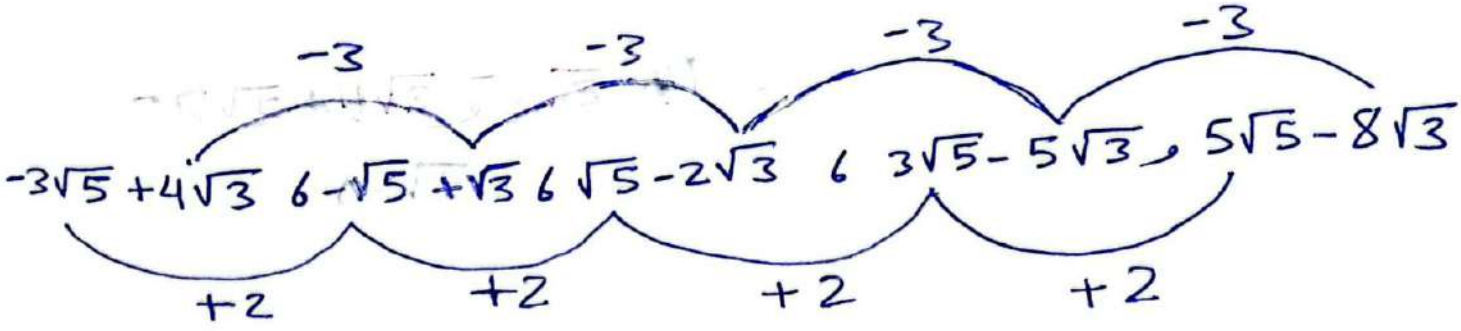
الحل :- العدد 9

---

* اجد الحدين الاول والثاني من المتتالية الآتية :-

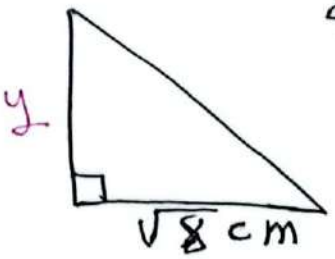
$6\sqrt{5}-2\sqrt{3}$ ، $3\sqrt{5}-5\sqrt{3}$ ، $5\sqrt{5}-8\sqrt{3}$ ، ـــــ ، ـــــ

هنا نلاحظ ان معامل $\sqrt{5}$ يزداد 2 أما معامل $\sqrt{3}$ يزداد 3 بالسالب



الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* احد ارتفاع المثلث المجاور الذي مساحته $4+\sqrt{2}\ cm^2$ بابسط صورة. مبرراً اجابتي



الحل:

مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × القاعدة × الارتفاع

$$A = \frac{1}{2} \times \sqrt{8} \times y$$

نحل المعادلة

$$4+\sqrt{2} = \frac{1}{2}\sqrt{8}\ y$$

$$4+\sqrt{2} = \frac{1}{2}\sqrt{4\times 2}\ y$$

$$4+\sqrt{2} = \frac{1}{2}\times\sqrt{4}\times\sqrt{2}\ y$$

نحل المعادلة

$$4+\sqrt{2} = \sqrt{2}\ y$$

$$y = \frac{4+\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$ انظامه المقام

$$y = \frac{4+\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

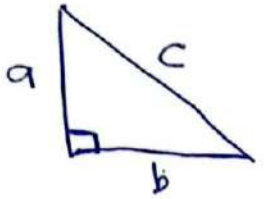
$$= \frac{4\sqrt{2}+2}{2}$$

$$= 2\sqrt{2}+1 \ cm$$

رأفت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

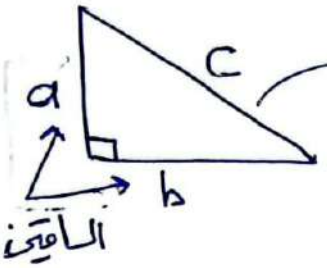
مقدمة :-



نعلم أن المثلث 3 أضلاع و 3 زواياه
حيث نستطيع معرفة اقي زوايا المثلث
اذا علمت زاويتان ، وبوضوح
العالم فيثاغورس الى نظرية تدلنا على
المثلث القائم الزاوية اذا علم طول ضلعين منه نستطيع معرفة طول الثالث

* المثلث القائم الزاوية :- هو مثلث احدى زواياه قائمة
حيث يسمى الضلع المقابل للزاوية القائمة (الوتر) وهو
الضلع الاكبر طول في المثلث ، ويسمى الضلعان الـ 2 الاخران
(الساقين)

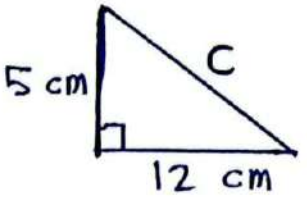
نظرية فيثاغورس :
في المثلث القائم الزاوية مربع طول الوتر يساوي مجموع
مربعي طولي ساقيه



$$c^2 = a^2 + b^2$$

---

* جد طول الضلع المجهول

① 

الحل : نظرية فيثاغورس

نجد قيم المتغيرات $c^2 = 12^2 + 5^2$

$c^2 = 144 + 25$

$c^2 = 169$ نحل المعادلة

$c = \pm\sqrt{169}$ نبسط

$c = 13$ cm

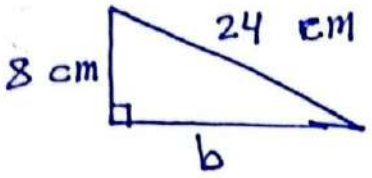
هنا نهمل السالب لان الطول دائماً عدداً موجب

①

رافت صافي
٠٧٨٥٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

②



الحل :

$24^2 = b^2 + 8^2$

$576 = b^2 + 64$

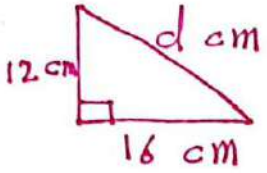
$-64 \quad -64$

$512 = b^2$ نحل المعادلة

$b = \sqrt{512}$ هذا جذر أو يجب تقديره بالآلة الحاسبة

$b \simeq 22.6$

③



الحل :-

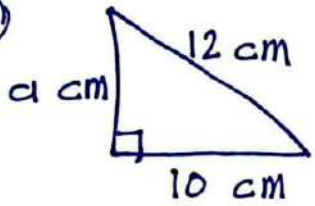
$d^2 = 16^2 + 12^2$

$d^2 = 256 + 144$

$d^2 = 400$

$d = \sqrt{400} = 20$ cm

④



رافت صافي
٠٧٨٥٢٤٤٦٤

الحل :

$12^2 = a^2 + 10^2$

$144 = a^2 + 100$

$-100 \quad -100$

$44 = a^2$

نحل المعادلة :

$a = \sqrt{44}$ هذا الجذر يجب تقديره باستخدام الآلة الحاسبة

$= \sqrt{11 \times 4}$

$= 2\sqrt{11}$ cm

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

عكس نظرية فيثاغورس

المقصود هو عند تطبيق النظرية على مثلث وكانت $c^2 = b^2 + a^2$ فإن المثلث قائم الزاوية.

حيث نستخدمها لتحديد هل المثلث قائم الزاوية أم لا.

رافت صافي
٠٧٨٥٢٤٤٦٤

حدّد أي من المثلثات المعطاه أطوال اضلاعها قائمة الزاوية أم لا:

① 12 ، 9 ، 15

الحل: نتحقق من النظرية $15^2 \stackrel{؟}{=} 12^2 + 9^2$ بالتعويض

$225 \stackrel{؟}{=} 144 + 81$

$225 = 225$ ✓

وعليه المثلث قائم الزاوية

② 12 ، 5 ، 13

الحل: $13^2 = 12^2 + 5^2$

$169 \stackrel{؟}{=} 144 + 25$

$169 = 169$ ✓

المثلث قائم الزاوية

③ 24 ، 18 ، 25

الحل: $25^2 = 24^2 + 18^2$

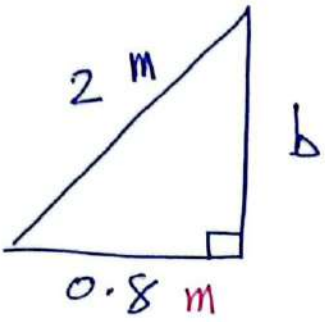
$625 \stackrel{؟}{=} 576 + 324$

$652 \stackrel{؟}{\neq} 900$

وعليه المثلث غير قائم الزاوية

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* يستند سلم طوله 2 m إلى حائط عمودي وتبعد قاعدته 0.8 m عن الحائط. جد ارتفاع أعلى السلم عن الأرض b



الحل :- نطبق فيثاغورس :-

$2^2 = b^2 + 0.8^2$

$4 = b^2 + 0.64$

$-0.64 \quad -0.64$

$3.36 = b^2$ نحل المعادلة

$b = \sqrt{3.36}$ نضع الجذر

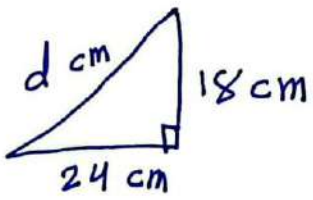
$b \simeq 1.8\ m$ الآلة الحاسبة

وافيت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

تدرب واحل المسائل

* جد طول الضلع المجهول :-

(1)



الحل :-

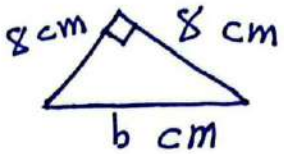
$d^2 = 24^2 + 18^2$

$d^2 = 576 + 324$

$d^2 = 900$ حل المعادلة

$d = \sqrt{900} = 30$

(2)



الحل :-

$b^2 = 8^2 + 8^2$

$b^2 = 64 + 64$

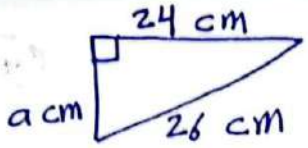
$b^2 = 128$ حل المعادلة

$b = \sqrt{128} = 11.3$ الآلة الحاسبة

(4)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

③



الحل :-

$26^2 = a^2 + 24^2$

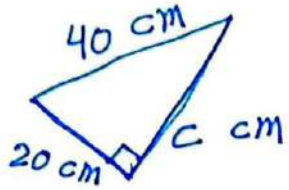
$676 = a^2 + 576$

$-576 = \quad -576$

$100 = a^2$

$a = \sqrt{100} = 10$ حل المعادلة

④



الحل :-

$40^2 = c^2 + 20^2$

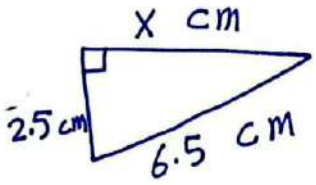
$1600 = c^2 + 400$

$-400 \quad -400$

$1200 = c^2$ حل المعادلة

$c = \sqrt{1200} \simeq 34.6$ الآلة الحاسبة

⑤



الحل :-

$6.5^2 = 2.5^2 + x^2$

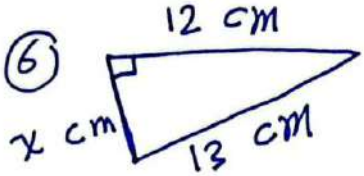
$42.25 = 6.25 + x^2$

$-6.25 \quad -6.25$

$36 = x^2$

$x = \sqrt{36} = 6$ cm

⑥



الحل :-

$13^2 = x^2 + 12^2$

$169 = x^2 + 144$

$-144 \quad -144$

$25 = x^2$ حل المعادلة

$x = \sqrt{25} = 5$ cm

⑤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* حدد ما اذا كان المثلث المعطاه اطوال اضلاعه قائم الزاوية أم لا.

① 3 ، 4 ، 6

الحل :-

$6^2 \stackrel{?}{=} 4^2 + 3^2$

$36 \stackrel{?}{=} 16 + 9$

$36 \neq 25$ ليس قائم الزاوية

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

② 12 ، 35 ، 37

الحل :-

$37^2 \stackrel{?}{=} 35^2 + 12^2$

$1369 \stackrel{?}{=} 1225 + 144$

$1369 = 1369$ قائم الزاوية

③ 4 ، 8 ، 9

الحل :-

$9^2 \stackrel{?}{=} 8^2 + 4^2$

$81 \stackrel{?}{=} 64 + 16$

$81 \neq 80$ ليس قائم الزاوية

④ 11 ، 60 ، 61

الحل :-

$61^2 \stackrel{?}{=} 60^2 + 11^2$

$3721 \stackrel{?}{=} 3600 + 121$

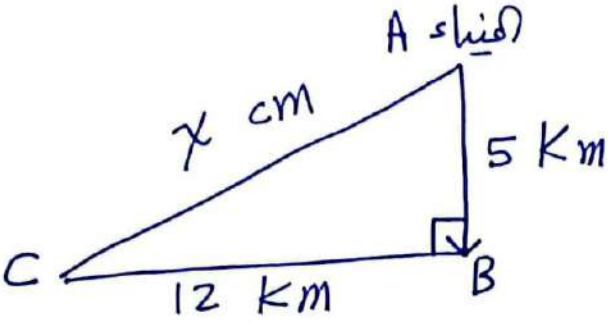
$3721 = 3721$ قائم الزاوية

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* انجرفت سفينة 5 km من الميناء A باتجاه الجنوب، ثم 12 km باتجاه الغرب، ثم عادت مباشرة الى الميناء كما في الشكل المجاور

① جد المسافة التي قطعتها السفينة

② جد المسافة التي تختصرها السفينة لو انجرفت مباشرة من النقطة A الى النقطة C ذهاباً وإياباً.



الحل:-

① نجد طول الوتر

$$x^2 = 12^2 + 5^2$$
$$x^2 = 144 + 25$$
$$x^2 = 169$$
$$x = \sqrt{169} = 13$$

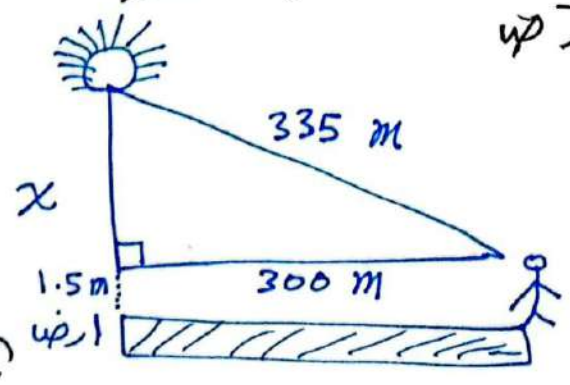
وعليه المسافة التي قطعتها السفينة:-

$$12 + 5 + 13 = 30 \text{ KM}$$

② $13 + 13 = 26$ KM

رافعت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

* رصدت بثينة عرضاً للألعاب النارية على بعد 335 m مثلما يظهر في الشكل المجاور. جد ارتفاع الألعاب النارية عن سطح الأرض



⑦

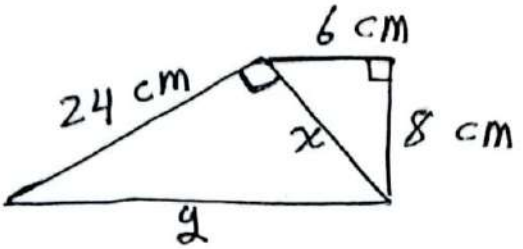
الحل:-

$$335^2 = 300^2 + x^2$$
$$112\,225 = 90000 + x^2$$
$$-90000 \quad -90000$$
$$22225 = x^2$$
$$x = \sqrt{22225} \simeq 149.1$$

الارتفاع $149.1 + 1.5 = 150.6$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* جد محيط الشكل المجاور



الحل: نطبق فيثاغورس على المثلث الأيمن

$$x^2 = 8^2 + 6^2$$
$$x^2 = 64 + 36$$
$$x^2 = 100$$

نحل المعادلة

$$x = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

نطبق فيثاغورس على المثلث الأيسر:-

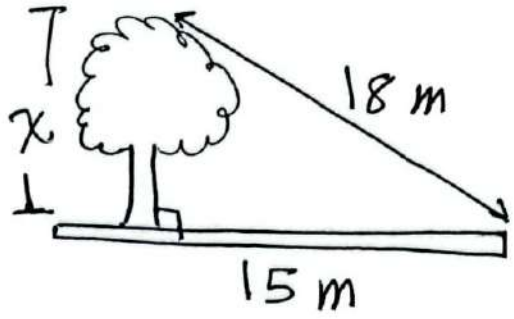
$$y^2 = 10^2 + 24^2$$
$$y^2 = 100 + 576$$
$$y^2 = 676$$
$$y = 26 \text{ cm}$$

محيط الشكل = مجموع أطوال أضلاعه الخارجية

$$6 + 8 + 26 + 24 = 64 \text{ cm}$$

---

* علقت طائرة عبدالله الورقية أعلى شجرة وفرد الخيط في وقت على الأرض بعد 15 m عن قاعدة الشجرة مثلما يظهر في الشكل المجاور. إذا كان طول خيط الطائرة 18 m فأوجد ارتفاع الشجرة



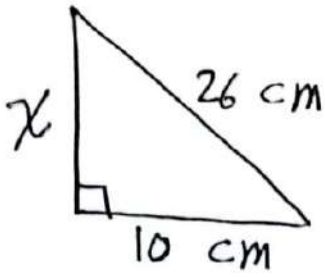
الحل: نطبق فيثاغورس

$$18^2 = 15^2 + x^2$$
$$324 = 225 + x^2$$
$$-225 \quad -225$$
$$99 = x^2$$
$$x = \sqrt{99} \simeq 9.9 \text{ m}$$

آلة حاسبة

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* حد مساحة المثلث المجاور



الحل: نحتاج الى ارتفاع المثلث
نطبق فيثاغورس :-

$26^2 = x^2 + 10^2$

$676 = x^2 + 100$

$-100 \quad -100$

$576 = x^2$

$x = \sqrt{576} = 24$ cm

رافت صافي ٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

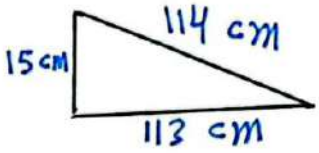
مساحة المثلث $A = \frac{1}{2} \times$ القاعدة $\times$ الارتفاع

$= \frac{1}{2} \times 10 \times 24$

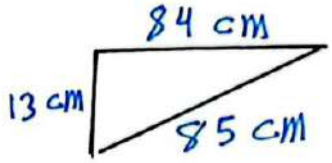
$= 5 \times 24 = 120$ cm^2

---

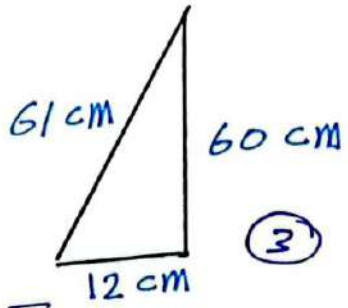
* اي المثلثات الآتية مختلف



①



②



③

الحل: نطبق فيثاغورس :-

① $114^2 \stackrel{?}{=} 15^2 + 113^2$

$114^2 = 15^2 + 113^2$

$12996 = 225 + 12769$

$12996 \neq 12994$

ليس قائم الزاوية

② $85^2 = 13^2 + 84^2$

$7225 = 169 + 7056$

$7225 = 7225$

قائم الزاوية

③ $61^2 = 60^2 + 12^2$

$3721 = 3600 + 144$

$3721 \neq 3744$

ليس قائم الزاوية

وعليه المثلث ② هو المختلف

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

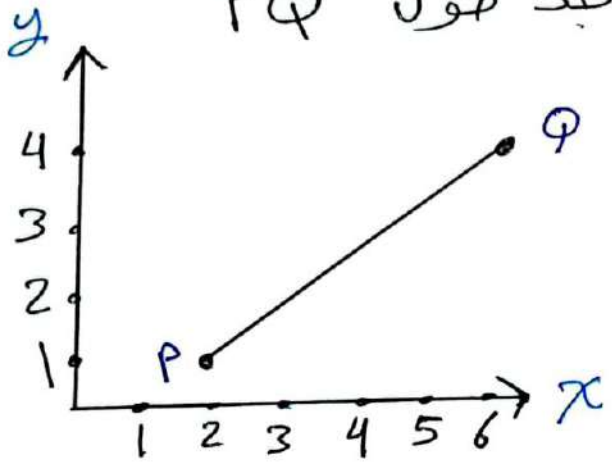
* ثلاثيات فيثاغورس هي مجموعات من ثلاثة أعداد موجبة a و b و c تحقق نظرية فيثاغورس، أي تشكل أطوال أضلاع مثلث قائم الزاوية مثل 3 و 4 و 5 حد مجموعتين من ثلاثيات فيثاغورس

الحل :- 6 و 8 و 10

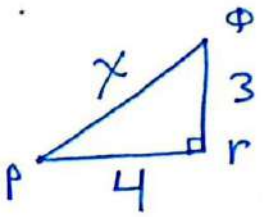
24 و 26 و 10

---

* في الشكل الآتي، جد طول $\overline{PQ}$



الحل :- نشكل مثلث



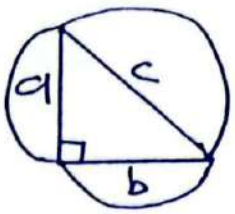
فيثاغورس :-

$$x^2 = 3^2 + 4^2$$
$$x^2 = 9 + 16$$
$$x^2 = 25$$
$$x = \sqrt{25} = 5$$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

---

* مساحة ونصف الدائرة الكبرى



يساوي مجموع مساحتي ونصفي الدائرتين الصغيرتين

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الأعداد الحقيقية

تذكير :-

العدد النسبي :- عدد يمكن كتابته على صورة $\frac{a}{b}$ حيث $b \neq 0$ وكل من a و b أعداد صحيحة وتشمل الأعداد النسبية :-

① الأعداد الكلية :- ... 3 و 2 و 1 و 0

② الأعداد الصحيحة :- ... -3 و -2 و -1 و 0 و 1 و 2 و 3

③ الكسور العادية والعشرية والعشرية الدورية :- ... $5.\overline{2}$ و 5.3 و $\frac{1}{2}$

نلاحظ ان الجذور الصماء عند ايجادها من خلال الآلة الحاسبة فانها تعطينا كسور عشرية غير منتهية وغير دورية حيث يمثل هذا النوع من الأعداد الأعداد غير النسبية

ومن الأمثلة عليه :-

① الجذور الصماء ② π : نسبة التقريبية

انتبه الجذر الذي يكون المجذور منه مربع كامل يكون عدد نسبي

الأعداد الحقيقية :- الأعداد النسبية وغير النسبية معاً تشكل الأعداد الحقيقية

باختصار :- أي عدد مر سابقاً يمثل عدد حقيقي

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* صنف الأعداد الحقيقية الآتية أعداد نسبية أو أعداداً غير نسبية.

① $\frac{7}{21}$ ② $\sqrt{81}$ ③ $-\frac{27}{9}$ ④ $0.555..$

⑤ $\sqrt{19}$ ⑥ $\sqrt{12}$ ⑦ $-\sqrt{64}$ ⑧ $0.181818..$ ⑨ $-5\frac{2}{5}$

الحل :-

① نسبي لأن كسر عادي

② نسبي لأن $\sqrt{81}=9$ عدد كلي

③ نسبي لأنه كسر عادي

④ نسبي لأنه كسر عشري دوري

⑤ غير نسبي لأنه جذر أصم

⑥ غير نسبي لأنه جذر أصم

⑦ نسبي لأن $-\sqrt{64}=-8$ عدد صحيح

⑧ نسبي لأنه كسر عشري دوري

⑨ نسبي لأنه عدد كسري

رافت صافي
٠٧٨٥٦٤٤٦٤

---

* درسنا سابقاً طريقة تمثيل الأعداد النسبية على خط الأعداد، سنقوم في هذا الدرس بتمثيل الأعداد غير النسبية ((وخاصة الجذور الصماء)) على خط الأعداد باستعمال المثلث القائم الزاوية.

سنقوم بشرح الطريقة من خلال مثال.

* مثل الأعداد الآتية على خط الأعداد :-

① $\sqrt{53}$

الحل :- الخطوة ① :- البحث عن عددان مجموع مربعيهما 53 وهما 2 و 7

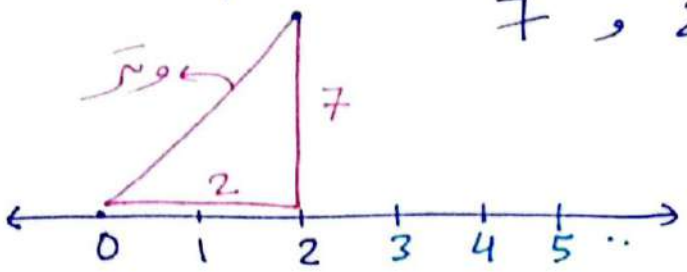
$7^2=49$
$2^2=4$ +
53

② ومنه طولا ساقي المثلث 2 و 7

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

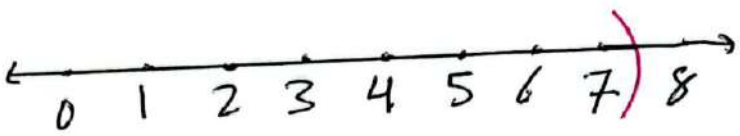
الخطوة ② :-

ارسم خط الاعداد وارسم عليه مثلث قائم الزاوية طوله سامية 2 ، 7



الخطوة ③ :-

افتح الفرجار بمقدار طول الوتر ثم ضع راس الفرجار عند الصفر وارسم قوساً يقطع خط الاعداد ويكون هو موقع $\sqrt{53}$



للتحقق :- نستخدم الآلة الحاسبة حيث

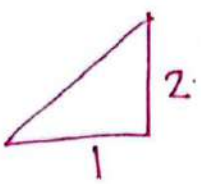
$\sqrt{53} \simeq 7.280109889..$

② $\sqrt{5}$

↓

صفا العددان

1 ، 2

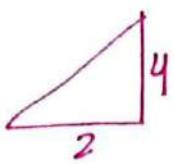


③ $\sqrt{20}$

↓

صفا العددان

2 و 4

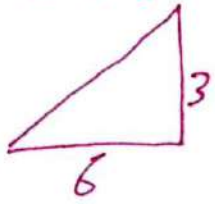


④ $\sqrt{45}$

↓

صفا العددان

3 و 6



③

* لمقارنة بين عددين حقيقيين ، احدهما في الاغلب جذر أصم ، فنا نحول العددان الى الصورة العشرية باستخدام الآلة الحاسبة .

* نضع اشارة $>$ ، $<$ ، $=$ في $\square$:-

① $4\sqrt{3} \square \frac{13}{2}$

الحل :- استخدم الآلة الحاسبة
فنا الجزء الصحيح متساوي
وعليه نقارن الجزء العشري ..

$6.928\ldots \boxed{>} 6.5$

② $\frac{-1}{2} \square -\sqrt{2}$

الحل :- الآلة الحاسبة
فنا نقارن الجزء الصحيح مع الجزء الصحيح

$-0.5 \boxed{>} -1.4142$

③ $\frac{5}{2} \square \sqrt{6.25}$

الحل :- الآلة الحاسبة

$2.5 \boxed{=} 2.5$

رأفت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

④ $\sqrt{0.5} \square 0.9$

الحل :- الآلة الحاسبة

$0.707 \boxed{<} 0.9$

⑤ $-\sqrt{16} \boxed{>} -\sqrt{18}$

⑥ $4.5 \square \sqrt{20.25}$

الآلة الحاسبة

$4.5 \boxed{=} 4.5$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* يمكن ترتيب مجموعة من الاعداد الحقيقية تصاعدياً (من الاصغر الى الاكبر) أو تنازلياً (من الاكبر الى الاصغر) وذلك بتحويل كل منها الى الصيغة العشرية أو تسهيل المقارنة بينهما وترتيبها

مثال : ارتب الاعداد في كل مما يأتي تصاعدياً

$\frac{11}{3}$ ، $-\sqrt{3}$ ، $\sqrt{10}$ ، $-1.\overline{7}$

الحل :- نحولها الى الصيغة العشرية من خلال الآلة الحاسبة :-

$\frac{11}{3} = 3.6666\ldots$

$-\sqrt{3} = -1.73205\ldots$

$\sqrt{10} = 3.1622\ldots$

$-1.\overline{7} = -1.7777\ldots$

نقارن اولاً الجزء الصحيح فان تساووا نقارن الجزء العشري

رأفت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

$-1.\overline{7}$ ، $-\sqrt{3}$ ، $\sqrt{10}$ ، $\frac{11}{3}$

مثال : ارتب تصاعدياً :-

(1) $\frac{5}{3}$ ، $\sqrt{3}$ ، $-\sqrt{6}$ ، -1.4

الحل : نحولها للصورة العشرية :-

$\frac{5}{3} = 1.\overline{6}$

$\sqrt{3} = 1.732\ldots$

$-\sqrt{6} = -2.449\ldots$

$-1.4 = -1.4$

الترتيب :-

$-\sqrt{6}$ ، -1.4 ، $\frac{5}{3}$ ، $\sqrt{3}$

(2) $\sqrt{3}$ ، -2 ، $\frac{9}{5}$ ، $-\sqrt{5}$

الحل :- نحولها للصيغة العشرية

$-\sqrt{5} = -2.23\ldots$

$\frac{9}{5} = 1.8$

$-2 = -2$

$\sqrt{3} = 1.732\ldots$

الترتيب :-

$-\sqrt{5}$ ، -2 ، $\sqrt{3}$ ، $\frac{9}{5}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* تمثل العلاقة $S=\sqrt{\frac{h \times m}{3600}}$ مساحة سطح جسم الانسان S بالامتار المربعة حيث h الطول و m الكتلة . جد مساحة سطح جسم شاب طوله 180 cm وكتلته 75 kg . مقرب الاجابة لاقرب جزء من عشرة

الحل:

نفوض بدل h و m $S=\sqrt{\frac{180 \times 75}{3600}}$ $180 = 1.8m$

$S=\sqrt{3.75}$ جذر اصم

$S=1.9$ آلة حاسبة

لاقرب جزء من عشرة

التدرب واحل المسائل

ميز العدد النسبي من غير النسبي

① $-\frac{2}{3}$ ② $\sqrt{20}$ ③ $5.\overline{2}$ ④ $\frac{18}{6}$

الحل:

① نسبي لانه كسر عادي

② غير نسبي لانه جذر اصم

③ نسبي لانه كسر عشري دوري

④ نسبي لانه كسر عادي

رافت صافي ٠٧٨٥٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

أمثل كل عدد غير نسبي مما يأتي على خط الأعداد:

① $\sqrt{10}$

نبحث عن عددان مجموع مربعهما 10
وهما 1 و 3
وعليه طولها في المثلث 1 و 3
ونرسم ....

② $\sqrt{97}$

نبحث عن عددان مجموع مربعهما 97
وهما 4 و 9 وعليه طولها
في المثلث 4 و 9

③ $\sqrt{104}$

نبحث عن عددان مجموع مربعهما 104
وهما 10 و 2 وعليه طولها في
المثلث 10 و 2

---

* ضع إشارة $<$ أو $>$ أو $=$ في $\square$:

① $\sqrt{15} \square 3.9$

$\downarrow$

$3.87 \boxed{<} 3.90$

آلة الحاسبة
$\sqrt{15} \simeq 3.87..$

رأفت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

② $-3.1 \square -\sqrt{9.61}$

$\downarrow$

$-3.1 \boxed{=} -3.1$

آلة حاسبة
$\sqrt{9.61} \simeq 3.1$

③ $\sqrt{36} \square \frac{20}{3}$

$\downarrow$

$6 \boxed{<} 6.\overline{6}$

$$
\begin{array}{r|l}
 & 6.66 \\
\hline
36 & 20 \\
 & 18 \\
\hline
 & 20 \\
 & -18 \\
\hline
 & 20 \\
 & -18 \\
\hline
 & ?
\end{array}
$$

دورية

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* رتب مجموعة الاعداد $\sqrt{30}$ ، 4 ، $\frac{21}{4}$ ، $5.\overline{6}$

الحل: الآلة حاسبة

$\sqrt{30} = 5.477\ldots$

$4 = 4$

$\frac{21}{4} = 5.25$

$5.\overline{6} = 5.666\ldots$

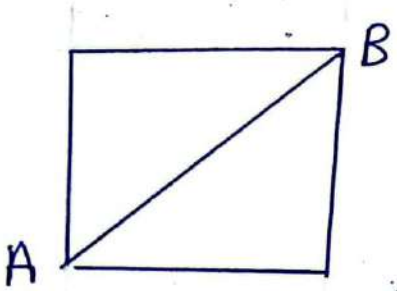
$$\begin{array}{r} 5.25 \\ 4\overline{)21} \\ 20 \\ \hline 10 \\ 8 \\ \hline 20 \\ 20 \\ \hline 0 \end{array}$$

لترتيب

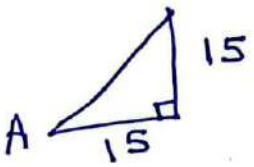
$5.\overline{6}$ ، $\sqrt{30}$ ، $\frac{21}{4}$ ، 4

---

* يبين الشكل المجاور بلاطة من السيراميك مربعة الشكل طول ضلعها 15 cm ، جد طول قطر البلاطة ثم حدد ما اذا كان العدد نسبياً أم غير نسبي



الحل :- نطبق فيثاغورس



$(\overline{AB})^2 = 15^2 + 15^2$

$(AB)^2 = 225 + 225$

$(AB)^2 = 450$

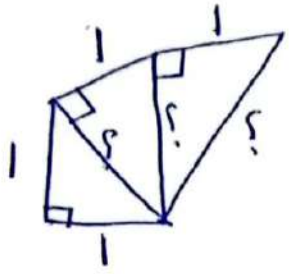
$\overline{AB} = \sqrt{450}$

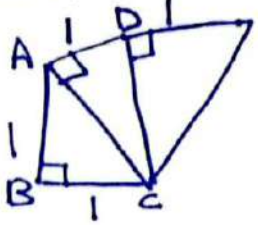
غير نسبي وعليه عدد غير نسبي

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* جد طول الأضلاع المجهولة في كل الشكل المجاور





الحل :-

المثلث ABC ∴

$(AC)^2 = 1^2 + 1^2 = 2$

$AC = \sqrt{2}$

المثلث CAD ∴

$(CD)^2 = 1^2 + \sqrt{2}^2$

$= 1 + 2 = 3$

$(CD) = \sqrt{3}$

المثلث CDE ∴

$(CD)^2 = \sqrt{3}^2 + 1^2$

$= 3 + 1 = 4$

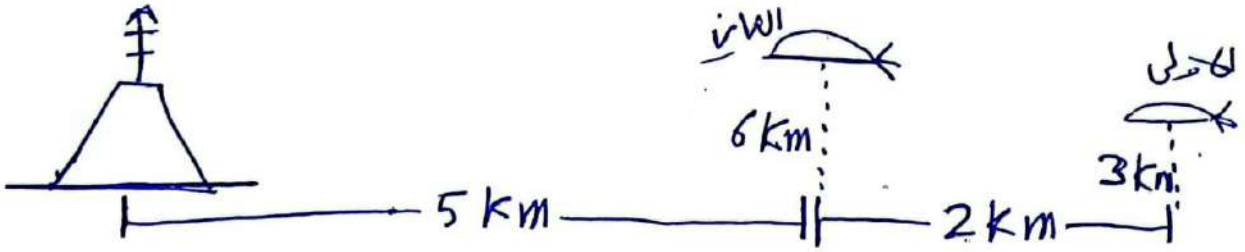
$CD = \sqrt{4} = 2$

نظلم متأخر ٧ على جميع الحلول

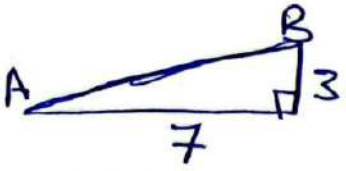
رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٢٤

---

* أي الطائرتين في الشكل الآتي أقرب الى قاعدة البرج



الحل :- الطائرة الأولى :-

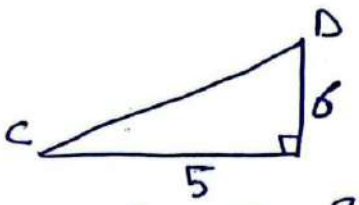


$(AB)^2 = 7^2 + 3^2$

$= 49 + 9$

$= 58$

$AB = \sqrt{58}$



$(CD)^2 = 5^2 + 6^2$

$= 25 + 36$

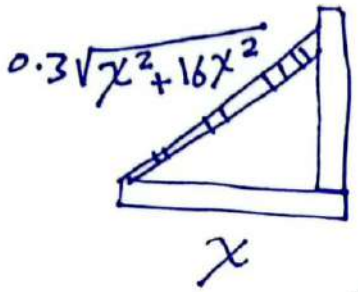
$= 61$

$CD = \sqrt{61}$

الطائرة الأولى أقرب

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* لوضع السلم المستند الى حائط في وضع آمن يجب
بحيث ان يكون طوله $0.3\sqrt{x^2+16x^2}$ حيث x بعد
قاعدة السلم عن الحائط بالمتر. اذا كانت قاعدة
السلم تبعد عن الحائط 1.5 m فهل طول السلم
عدد نسبي أم غير نسبي



الحل :- نعوض بدل x بـ 1.5

$$0.3\sqrt{(1.5)^2+(16)(1.5)^2}$$
$$0.3\sqrt{2.25+(16)(2.25)}$$
$$0.3\sqrt{2.25+36}$$
$$0.3\sqrt{38.25}$$

جذر اصم ← غير نسبي

راشد صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

---

* بيّن ما اذا كانت كل عبارة مما يأتي صحيحة دائماً
أم صحيحة احياناً أم غير صحيحة ابداً
مدعماً اجابتي بامثلة مناسبة

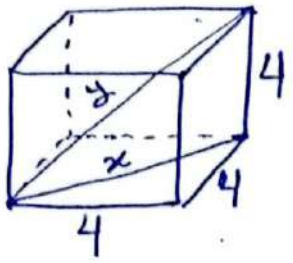
① الجذور التربيعية للاعداد الموجبة اعداداً غير نسبية
الحل :- صحيحاً أحياناً ، $\sqrt{4}$ نسبي أما $\sqrt{6}$ غير نسبي

② العدد الحقيقي عدد نسبي
صحيحة احياناً لانه الاعداد الحقيقية تشمل الاعداد النسبية وغير النسبية
9 حقيقي (عدد نسبي) أما $\sqrt{7}$ حقيقي لكنه غير نسبي

③ الاعداد العشرية غير المنتهية اعداد غير نسبية
صحيحة احياناً $0.\overline{6}$ دوري غير منتهي
π غير منتهي وغير نسبي

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* جد طولي الضلعين المجهولين في الشكل المجاور بأبسط صورة



الحل :-

نطبق فيثاغورس لكل x

$x^2 = 4^2 + 4^2 = 16 + 16$

$x^2 = 32$

$x = \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}$

$y^2 = x^2 + 4^2$

$y^2 = 32 + 16$

$y^2 = 48$

$y = \sqrt{48} = \sqrt{16 \times 3} = 4\sqrt{3}$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

---

* اكتشف الخطأ :- تقول سماح :- ان $\sqrt{5}$ عدد نسبي لانه يمكن كتابته على صورة $\frac{\sqrt{5}}{1}$ هل ما تقوله سماح صحيح ؟ ابرر اجابتي

الحل :- خطأ لان الشرط ان يكون كل من البسط والمقام اعداد صحيحة حتى $\sqrt{5}$ عدد غير صحيح

---

* اعطي مثال على عددين نسبيين يقع بينهما عددان غير نسبيين

العددان 1 و 2 يقع بينهما $\sqrt{2}$ و $\sqrt{3}$

1 و 2 نسبيان

$\sqrt{2}$ و $\sqrt{3}$ غير نسبيان

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الدرس 5 الأسس النسبية والجذور

مقدمة :-

درسنا سابقاً الأسس الصحيحة ، حيث تعلمنا الطريقة في حالة الأس عدداً صحيحاً موجباً أو سالباً أو صفراً

في هذا الدرس سنتعلم كيف نتعامل اذا كان الأس كسراً

لأي عدد حقيقي a وأي عدد صحيح n فان :-

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

صيغة أسية ← $a^{\frac{1}{n}}$ ، صيغة جذرية ← $\sqrt[n]{a}$

* عند التحويل من الصيغة الأسية للجذرية نضع المقام دليل الجذر

أولاً التحويل من صورة أسية الى صورة جذرية والعكس

مثال اكتب الصورة الأسية في صورة جذرية والصورة الجذرية في صورة أسية :-

① $c^{\frac{1}{8}}$ ② $\sqrt[9]{x}$ ③ $25^{\frac{1}{10}}$ ④ $\sqrt[3]{-12}$

الحل :-

① $\sqrt[8]{c}$ ② $x^{\frac{1}{9}}$ ③ $\sqrt[10]{25}$ ④ $-12^{\frac{1}{3}}$

رأفت الهيم صافي

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

ثانياً كيف نجد $a^{\frac{1}{n}}$

* نحوله الى الصورة الجذرية $\sqrt[n]{a}$
* نبحث عن العدد الذي اذا ضرب بنفسه (n) مرة اعطى ما تحت الجذر، حيث نلجأ الى التحليل أو ذهنياً

مثال

جد قيمة مايلي :-

① $196^{\frac{1}{2}}$

$\sqrt[2]{196} = 14$

الحل :-
هنا وجدنا الناتج ذهنياً كما مر سابقاً

---

② $(-64)^{\frac{1}{3}}$

$\sqrt[3]{-64} = -2\times2 = -4$

نحلل ونأخذ من كل 3 عوامل مشتركة عامل واحد ونأتي بدليل الجذر 3

2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

---

③ $(729)^{\frac{1}{6}}$

$\sqrt[6]{729} = 3$

الحل :- نحلل ونأخذ من كل 6 عناصر مشتركة عامل واحد

3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

---

④ $32^{\frac{1}{5}}$

$\sqrt[5]{32} = 2$

الحل :- نحلل ونأخذ من كل 5 عناصر مشتركة عامل واحد

2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

⑤ $(225)^{\frac{1}{2}}$

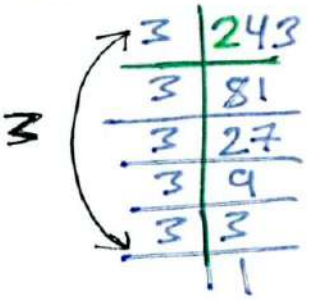
الحل :-
نجدها ذهنياً كما تعلمنا سابقاً

$\sqrt{225} = 15$

---

⑥ $-243^{\frac{1}{5}}$

الحل :- نحلل ونأخذ من كل 5 عوامل مشتركة عامل واحد

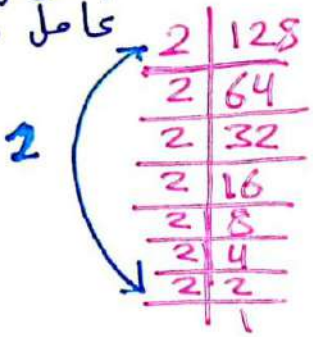


$\sqrt[5]{-243} = -3$

---

⑦ $128^{\frac{1}{7}}$

الحل: نحلل ونأخذ من كل 7 عوامل مشتركة عامل واحد.



$\sqrt[7]{128} = 2$

---

* كيف نتعامل مع الأس الكسري في حالة البسط ليس واحد

تعميم

لأي عدد حقيقي a ولأي عددين صحيحين m ، n فإن :

$$a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^{m}$$

رأفت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال اكتب الصورة الآتية في صورة جذرية والصورة الجذرية في صورة أسية

① $x^{\frac{3}{4}} \longrightarrow (\sqrt[4]{x})^3$

هنا دليل الجذر هو المقام أما البسط اعلى الجذر أما قوة x

② $\sqrt[5]{b^2} \longrightarrow b^{\frac{2}{5}}$

③ $30^{\frac{5}{6}} \longrightarrow \sqrt[6]{30^5}$

رافت صافي
٠٧٨٥٨٢٤٤٦٤

④ $d^{\frac{5}{2}} \longrightarrow \sqrt{d^5}$

⑤ $\sqrt[4]{b^7} \longrightarrow b^{\frac{7}{4}}$ هنا قوة b هو الداخل على الخارج

⑥ $18^{\frac{9}{5}} \longrightarrow \sqrt[5]{18^9}$

⑦ $\sqrt[3]{(-16)^8} \longrightarrow (-16)^{\frac{8}{3}}$

ثالثاً كيف نجد $a^{\frac{m}{n}}$

* نحوله على الصورة الجذرية
* نطبق طريقة حساب $a^{\frac{1}{n}}$ على الجذر
* الناتج الذي يظهر في خطوة (2) نضربه بنفسه حسب القوة m

مثال جد قيمة :-

① $(-8)^{\frac{4}{3}}$

$(\sqrt[3]{-8})^4$

$(-2)^4$

$-2\times-2\times-2\times-2 = 16$

* نحوله للصورة الجذرية
* نجد قيمة $\sqrt[3]{-8}$ ذهنياً أو نحلل

2	8
2	4
2	2
	1

$2\times2\times2 = 8$

* نطبق قوانين الأسس

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

② $\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{5}{2}}$

$\left(\sqrt{\frac{4}{9}}\right)^5$

$\left(\frac{2}{3}\right)^5$

$\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{32}{243}$

توضيح

$\sqrt{\frac{4}{9}}=\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}}=\frac{2}{3}$

---

③ $(32)^{\frac{3}{5}}$

$\left(\sqrt[5]{32}\right)^3$

$2^3=8$

2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

2

---

④ $\left(\frac{-27}{64}\right)^{\frac{2}{3}}$

$\left(\sqrt[3]{\frac{-27}{64}}\right)^2$

$\left(\frac{-3}{4}\right)^2=\frac{-3}{4}\times\frac{-3}{4}=\frac{9}{16}$

توضيح :-

$\sqrt[3]{\frac{-27}{64}}=\frac{\sqrt[3]{-27}}{\sqrt[3]{64}}$

$=\frac{-3}{4}$

مسائل كلامية

تصنع شركة شرائح ذاكرة صغيرة لوصلات تخزين البيانات.
اذا استعملت الصيغة $C=84(n)^{\frac{2}{3}}+910$ لحساب التكلفة C بالدينار، لانتاج n شريحة. فجد تكلفة انتاج 125 شريحة ذاكرة

الحل: نكتب العلاقة ونعوض مكان n بـ 125

$C=84(125)^{\frac{2}{3}}+910$

$=(84)(25)+910$

$=2100+910$

$=3010$

توضيح

$(125)^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{125}^2$

$=5^2$

$=25$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

تدرب واحل المسائل :-

* اكتب الصورة الاسية في صورة جذرية والصورة الجذرية في صورة أسية في كل مما يأتي :-

① $p^{\frac{1}{6}}$ ② $\sqrt[8]{u}$ ③ $q^{\frac{1}{4}}$ ④ $\sqrt[5]{-8}$

⑤ $w^{\frac{8}{3}}$ ⑥ $\sqrt[6]{v^5}$ ⑦ $16^{\frac{3}{4}}$ ⑧ $\sqrt[5]{(-35)^9}$

الحل :-

① $\sqrt[6]{p}$ ② $u^{\frac{1}{8}}$ ③ $\sqrt[4]{q}$ ④ $-8^{\frac{1}{5}}$

⑤ $\sqrt[3]{w^8}$ ⑥ $v^{\frac{5}{6}}$ ⑦ $\sqrt[4]{16^3}$ ⑧ $-35^{\frac{9}{5}}$

---

* جد قيمة كل مما يلي :-

① $32^{\frac{1}{5}}$

الحل :-

$\sqrt[5]{32} = 2$

عدد ضرب بنفسه 5 مرات اعطى 32

2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

② $256^{\frac{1}{4}}$

الحل :-

$\sqrt[4]{256} = 2 \times 2 = 4$

2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

③ $(-125)^{\frac{1}{3}}$

$\sqrt[3]{-125} = -5$

5	125
5	25
5	5
	1

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

④ $729^{\frac{1}{6}}$

الحل: $\sqrt[6]{729} = 3$

3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

⑤ $16^{\frac{3}{4}}$

الحل: $(\sqrt[4]{16})^3 = 2^3$

$= 2 \times 2 \times 2 = 8$

بدلاً من $\sqrt[4]{16}$

2	16
2	8
2	4
2	2
	1

⑥ $\left(\frac{-1}{32}\right)^{\frac{2}{5}}$

الحل: $\left(\sqrt[5]{\frac{-1}{32}}\right)^2 = \left(\frac{-1}{2}\right)^2$

$= \frac{-1}{2} \times \frac{-1}{2} = \frac{1}{4}$

بدلاً من $\sqrt[3]{\frac{-1}{32}}$

$= \frac{-1}{2}$

حل سابقاً

⑦ $\left(\frac{9}{4}\right)^{\frac{5}{2}}$

الحل: $\left(\sqrt[2]{\frac{9}{4}}\right)^5 = \left(\frac{3}{2}\right)^5$

$= \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{3}{2}$

$= \frac{243}{32}$

بدلاً من $\sqrt{\frac{9}{4}}$

$= \frac{3}{2}$

⑧ $\left(\frac{-27}{8}\right)^{\frac{5}{3}}$

$\left(\sqrt[3]{\frac{-27}{8}}\right)^5 = \left(\frac{-3}{2}\right)^5$

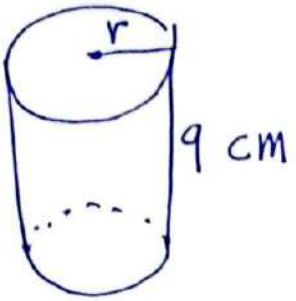
$= \frac{-3}{2} \times \frac{-3}{2} \times \frac{-3}{2} \times \frac{-3}{2} \times \frac{-3}{2} = \frac{-243}{32}$

$\sqrt[3]{\frac{-27}{8}}$

$\frac{-3}{2}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* جد طول نصف قطر قاعدة اسطوانة المجاورة
اذا كان حجمها يساوي $1332\ cm^3$



الحل :

حجم الاسطوانة $V = \pi r^2 h$

$1332 = (3.14)(r^2)(9)$

$1332 = 28.26\, r^2$ نقسم على 28.26

$r^2 = 47.1$

$r = \sqrt{47.1} = 6.86..$ نقرب

$= 6.9\ cm$

---

* يمكن تقدير معدل الطاقة التي تستهلكها المخلوقات الحية اعتماداً على كتلة الجسم باستعمال المعادلة $R = 73.3\sqrt[4]{M^3}$ التي تمثل العلاقة بين معدل الطاقة المستهلكة يومياً R بوحدة السعرات الحرارية وكتلة الجسم M بالكيلوغرامات.
جد معدل الطاقة التي يستهلكها يومياً حيوان كتلته 16 Kg

الحل :

$R = 73.3\sqrt[4]{M^3}$ عوض $M = 16$

$= 73.3\sqrt[4]{16^3}$

$= (73.3)(2)^3$

$= (73.3)(8) = 586.4$

$\sqrt[4]{16^3} = 2^3 = 8$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* تصنع المسامير القياسية التي يتوافق طولها مع طول ذيف قطرها لتحمل الطرق وفقه المعادلة $L = 54d^{\frac{3}{2}}$ التي تربط بين طول مسمار قياسي L بالمنشات وطول نصف قطره d بالمنشات ايضاً. جد طول مسمار قياسي طول نصف قطره 0.4 in

الحل: عوض مكان d

$$L = 54d^{\frac{3}{2}}$$

$$L = (54)(0.4)^{\frac{3}{2}}$$

$$= (54)(0.25)$$

$$\approx 13.7$$

كاب $(0.4)^{\frac{3}{2}}$

$\sqrt[2]{0.4^3}$

$\sqrt[2]{\frac{4}{10}} = \frac{2}{\sqrt{10}}$

نلجأ للآلة الحاسبة

---

* تمثل المعادلة $h = 0.4x^{\frac{1}{3}}$ العلاقة بين ارتفاع الذرافة h بالامتار وكتلتها x بالكيلوغرامات جد ارتفاع الذرافة التي كتلتها 343 kg

الحل: نعوض مكان $x \div 343$

$$h = (0.4)(343)^{\frac{1}{3}}$$

$$= (0.4)(7)$$

$$= 2.8$$

7	343
7	49
7	7

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* اكتشف الخطأ

$$27^{\frac{2}{3}} = (27^{\frac{1}{3}})^2$$
$$= 9^2 = 81$$

الحل :

$$(27)^{\frac{2}{3}} = (27^{\frac{1}{3}})^2$$

3 جذرها

$$= 3^2 = 9$$

---

* جد متفقة $\sqrt{4^3} - \sqrt{4}$ بأبسط صورة

الحل :

$$\sqrt{4}^3 - \sqrt{4} = 2^3 - 2$$
$$= 8 - 2 = 6$$

أو :

$$\sqrt{4 \times 4 \times 4} - \sqrt{4}$$
$$4\sqrt{4} - \sqrt{4} = 3\sqrt{4} = 6$$

---

* جد عبارتين مختلفتين على صورة $x^{\frac{1}{n}}$ بحيث تكون أبسط صورة لهما $2x^3$

الحل :

$$(4x^6)^{\frac{1}{2}}$$
$$(16x^{12})^{\frac{1}{4}}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الدرس (5) | ضرب الأسس الصحيحة وقسمتها | الوحدة (1)

مقدمة

درسنا سابقاً قوانين الأسس الصحيحة :

① $a^m \times a^n = a^{m+n}$ الأسس عند الضرب تجمع

② $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$ الأسس عند القسمة تطرح

③ $(a^m)^n = a^{m \times n}$ قوة القوة

④ $(a \times b)^n = a^n \times b^n$ الأس يتوزع على الضرب

⑤ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ الأس يتوزع على القسمة

⑥ $a^0 = 1$ الأس الصفري "العدد المرفوع لقوة صفراً يعطي 1"

⑦ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ الأس السالب

⑧ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$ الأس السالب للكسر

تنصيحة جميع قوانين الأسس أكثر على الأسس الموجبة

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال :- جد قيمة ما يلي :-

① $3^{\frac{4}{5}} \times 3^{\frac{6}{5}}$

هنا الأساسات متساوية
نجمع الأسس

$3^{\frac{4}{5}+\frac{6}{5}} = 3^{\frac{10}{5}} = 3^2 = 9$

---

② $64^{\frac{1}{5}} \times 2^{\frac{4}{5}}$

هنا الأساسات مختلفة
نعمل على مساواة الأساسات

$64 = 2^6$

$= (2^6)^{\frac{1}{5}} \times 2^{\frac{4}{5}}$

$= 2^{\frac{6}{5}} \times 2^{\frac{4}{5}} = 2^{\frac{6}{5}+\frac{4}{5}}$

$= 2^{\frac{10}{5}} = 2^2 = 4$

---

③ $\dfrac{5^{\frac{6}{5}}}{5^{\frac{1}{5}}}$

هنا الأساسات متساوية
نطرح الأسس

$5^{\frac{6}{5}-\frac{1}{5}} = 5^{\frac{5}{5}} = 5^1 = 5$

---

④ $\sqrt[3]{125 \times 5^6}$

هنا نبدأ منداخل الكبر

$\sqrt[3]{5^3 \times 5^6} = \sqrt[3]{5^9} = 5^{\frac{9}{3}} = 5^3 = 125$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

⑤ $\frac{\sqrt[8]{81}}{\sqrt[4]{3}}$

هنا نحاول نجعل
ما داخل الجذر متساوي

$\frac{\sqrt[8]{3^4}}{\sqrt[4]{3}} = \frac{3^{\frac{4}{8}}}{3^{\frac{1}{4}}}$

نحول للصيغة الاسية

نطبق قاعدة القسمة

$= 3^{\frac{4}{8}-\frac{1}{4}} = 3^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{3}$

لطرح الاسس
نوحد المقامات
$\frac{4}{8} - \frac{1}{4} = \frac{4}{8} - \frac{2}{8}$
$= \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

---

⑥ $\left(\frac{8}{27}\right)^{\frac{-2}{3}}$

نطبق قاعدة الاسس السالب

$\left(\frac{27}{8}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{27^{\frac{2}{3}}}{8^{\frac{2}{3}}}$

نوزع الاس على القسمة

نطبق قوة القوة

$= \frac{(3^3)^{\frac{2}{3}}}{(2^3)^{\frac{2}{3}}} = \frac{3^{3\times\frac{2}{3}}}{2^{3\times\frac{2}{3}}} = \frac{3^2}{2^2} = \frac{9}{4}$

اذا تقابل بالداخل ثم نوزع الاس

---

⑦ $32^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{4}{3}}$

هنا الاساسات مختلفة

$32 = 2^5$

$= (2^5)^{\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{4}{3}}$

نطبق قوة القوة

$= 2^{5\times\frac{1}{3}} \times 2^{\frac{4}{3}}$

الاسس عند الضرب تجمع

$= 2^{\frac{5}{3}} \times 2^{\frac{4}{3}}$

$= 2^{\frac{5}{3}+\frac{4}{3}} = 2^{\frac{9}{3}} = 2^3 = 8$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

⑧ $\sqrt[4]{81 \times 2^4}$

نبدأ داخل الجذر
$81 = 3^4$

$\sqrt[4]{3^4 \times 2^4}$

نوزع الجذر

$\sqrt[4]{3^4} \times \sqrt[4]{2^4} = 3^{\frac{4}{4}} \times 2^{\frac{4}{4}} = 3 \times 2 = 6$

---

⑨ $\frac{\sqrt[5]{243}}{\sqrt[3]{9}}$

$243 = 7^3$

$9 = 3^2$

3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

$\frac{\sqrt[5]{3^5}}{\sqrt[3]{3^2}} = \frac{3^1}{3^{\frac{2}{3}}} = 3^{1-\frac{2}{3}}$

$= 3^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{3}$

---

⑩ $\left(\frac{16}{81}\right)^{\frac{-5}{4}}$

نطبق قاعدة الأس السالب

$\left(\frac{81}{16}\right)^{\frac{5}{4}} = \left(\frac{3^4}{2^4}\right)^{\frac{5}{4}} = \frac{(3^4)^{\frac{5}{4}}}{(2^4)^{\frac{5}{4}}} = \frac{3^5}{2^5} = \frac{243}{32}$

---

* تكون العبارات الأسية في أبسط صورة إذا :-

① ظهر الأساس مرة واحدة والأس موجب

② لم تتضمن قوة القوى

③ كانت الكسور والجذور جميعها في أبسط صورة.

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال : بسط كلاً من المقادير الآتية :-

① $y^{\frac{-2}{3}} \times y^{\frac{5}{3}}$

الأس عند الضرب نجمع

$y^{\frac{-2}{3}+\frac{5}{3}} = y^{\frac{3}{3}} = y^1 = y$

---

② $\frac{w^{\frac{-7}{2}}}{w^{-3}}$

الأس عند القسمة نطرح

نجمع البسط ← نوحد المقامات

$\frac{-7}{2} + \frac{3\times2}{1\times2} = \frac{-7}{2} + \frac{6}{2} = \frac{-1}{2}$

$w^{\frac{-7}{2}-\frac{-3}{1}} \quad w^{\frac{-7}{2}+3}$

$= w^{\frac{-1}{2}}$

هنا ضد أ سالب نطلع قاعدة المقلوب وسالب

$= \frac{1}{w^{\frac{1}{2}}}$

---

③ $(b^{\frac{3}{7}})^7$

نطلع قوة لقوى

$b^{\frac{3}{7}\times7} = b^3$

---

④ $y^{\frac{4}{5}} \times y^{\frac{-9}{5}}$

الأس عند الضرب نجمع

$y^{\frac{4}{5}+\frac{-9}{5}} = y^{\frac{-5}{5}} = y^{-1} = \frac{1}{y}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

⑤ $\frac{u^{-\frac{7}{2}}}{u^{-4}}$

$u^{-\frac{7}{2}+4} = u^{\frac{1}{2}}$

اذا كان بسط الكسر تقاطع
نوحد المقامات :-

$\frac{-7}{2} + \frac{4x2}{1x2}$

$\frac{-7}{2} + \frac{8}{2} = \frac{1}{2}$

---

⑥ $(d^{\frac{-2}{3}})^6$

قوة القوى
ضرب تكرار :

$\frac{-2}{3} \times \frac{6}{1} = \frac{-12}{3} = -4$

$d^{\frac{-2}{3}x6} = d^{-4} = \frac{1}{d^4}$

ضد أس سالب

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

اتدرب واحل المسائل :

* جد قيمة ما يلي بابسط صورة :

① $25^{\frac{2}{3}} \times 5^{\frac{2}{3}}$

لاحظ اساسات غير متساوية

$(5^2)^{\frac{2}{3}} \times 5^{\frac{2}{3}}$

قوة القوى

$5^{\frac{4}{3}} \times 5^{\frac{2}{3}}$

لاحظ اساسات متساوية نجمع

$5^{\frac{4}{3}+\frac{2}{3}} = 5^{\frac{6}{3}} = 5^2 = 25$

---

② $\sqrt[6]{64 \times 3^{12}}$

الحل :-

نحول الجذر الى أس كسري

ثم نوزع الأس

$(64 \times 3^{12})^{\frac{1}{6}}$

$(64)^{\frac{1}{6}} (3^{12})^{\frac{1}{6}} = 2(3^{\frac{12}{6}})$

2^6

$= (2)(3^2) = (2)(9) = 18$

---

③ $\frac{9^{\frac{5}{2}}}{27^{\frac{2}{3}}}$

لاحظ اساسات غير متساوية

$\frac{(3^2)^{\frac{5}{2}}}{(3^3)^{\frac{2}{3}}} = \frac{3^5}{3^2} = 3^{5-2}$

قوة القوى

لاحظ اساسات متساوية نطرح

$= 3^3$

$= 27$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(4) $\frac{\sqrt[3]{216}}{36^{\frac{-3}{2}}}$

بفك الاسات متساوية

$\frac{\sqrt[3]{6^3}}{(6^2)^{\frac{-3}{2}}} = \frac{6^1}{6^{-3}} = 6^{1-(-3)}$ اكتب عن الصورة تطرح

$= 6^4 = 1296$

---

(5) $\left(\frac{25}{64}\right)^{\frac{-3}{2}}$

اقلب الاساس

$\left(\frac{64}{25}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{(64)^{\frac{3}{2}}}{(25)^{\frac{3}{2}}} = \frac{(8^2)^{\frac{3}{2}}}{(5^2)^{\frac{3}{2}}}$ نوزع الاس

$= \frac{8^3}{5^3} = \frac{512}{125}$

---

(6) $\left(\frac{2187}{128}\right)^{\frac{-5}{7}}$

3	2187
3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

$\left(\frac{128}{2187}\right)^{\frac{5}{7}}$

$\left(\frac{2^7}{3^7}\right)^{\frac{5}{7}}$

$\frac{(2^7)^{\frac{5}{7}}}{(3^7)^{\frac{5}{7}}} = \frac{2^5}{3^5} = \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{32}{243}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* بسط كل مما يلي :-

① $p^{\frac{-3}{4}} \times p^{\frac{11}{4}}$

لأنهما مشتركان في الضرب نجمع

$p^{\frac{-3}{4}+\frac{11}{4}} = p^{\frac{8}{4}} = p^{2}$

---

② $\frac{u^{\frac{-8}{3}}}{u^{-3}}$

لأنهما مشتركان في القسمة نطرح :-

نوحد المقامات :-

$\frac{-8}{3} + \frac{3\times3}{1\times3} = \frac{-8}{3} + \frac{9}{3}$

$= \frac{1}{3}$

$u^{\frac{-8}{3}+3} = u^{\frac{1}{3}}$

---

③ $y^{6}(y^{\frac{3}{2}})^{-2}$

قوة لقوى

$\frac{3}{2} \times -2 = -3$

لأنهما مشتركان في الضرب نجمع

$(y^{6})(y^{-3}) = y^{6+-3} = y^{3}$

---

④ $\frac{1}{n^{2}} y^{-2} (n^{\frac{5}{3}})^{6}$

قوة لقوى

$\frac{5}{3} \times 6 = 10$

لأنهما مشتركان في القسمة نطرح

$= \frac{1}{n^{2}} y^{-2} n^{10}$

$= y^{-2} n^{10-2}$

لأنهما مشتركان في الضرب

$= y^{-2} n^{8} = \frac{n^{8}}{y^{2}}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

⑤ $\dfrac{w^2 \times w^{-\frac{9}{2}}}{w^{-3}}$

اضرب عند الضرب بجمع

$2+\frac{-9}{2} = \frac{2\times2}{1\times2}+\frac{-9}{2} = \frac{4}{2}+\frac{-9}{2}$

$= \frac{-5}{2}$

$\dfrac{w^{2+\frac{-9}{2}}}{w^{-3}} = \dfrac{w^{\frac{-5}{2}}}{w^{-3}}$

اطرح عند القسمة

$= w^{\frac{-5}{2}+3} = w^{\frac{1}{2}} = w$

$-\frac{5}{2}+\frac{3}{1} = -\frac{5}{2}+\frac{3\times2}{1\times2}$

$\frac{-5}{2}+\frac{6}{2}=\frac{1}{2}$

---

⑥ $d^{-\frac{1}{2}} \times p^{-\frac{1}{2}}$

$\dfrac{1}{d^{\frac{1}{2}}} \times \dfrac{1}{p^{\frac{1}{2}}} = \dfrac{1}{(dp)^{\frac{1}{2}}}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* يستعمل العلماء المعادلة $S=\sqrt{9.8d}$ لتقدير سرعة موجة البحر S بالمتر/ث الناتجة في اثناء اعصار تسونامي، حيث d عمق الماء بالامتار. قدّر سرعة الموجة حيث يكون عمق الماء 4000 m

الحل:- نعوض بدل d :-

$$S=\sqrt{(9.8)(4000)}=\sqrt{39200}$$

الآلة الحاسبة

$$\simeq 198$$

---

* يبين الشكل المجاور صندوقاً خشبياً على شكل متوازي مستطيلات طوله $x^{\frac{1}{2}}$ وعرضه $x^{\frac{1}{3}}$ وارتفاعه $x^{\frac{1}{4}}$

① جد حجم الصندوق بدلالة x

الحجم = الطول × العرض × الارتفاع

$$V=x^{\frac{1}{2}}\,x^{\frac{1}{3}}\,x^{\frac{1}{4}}$$

اكتب عند الضرب تجمع

$$=x^{\frac{13}{12}}=\sqrt[12]{x^{13}}$$

$$\frac{1\times6}{2\times6}+\frac{1\times4}{3\times4}+\frac{1\times3}{4\times3}$$

$$\frac{6}{12}+\frac{4}{12}+\frac{3}{12}=\frac{13}{12}$$

② جد مساحة سطح الصندوق اذا كانت $x=4096$

$$M=2(x^{\frac{1}{2}}+x^{\frac{1}{3}})(x^{\frac{1}{4}})+2(x^{\frac{1}{2}})(x^{\frac{1}{3}})$$

$$=2(x^{\frac{5}{6}})(x^{\frac{1}{4}})+2x^{\frac{5}{6}}$$

$$=2x^{\frac{13}{12}}+2x^{\frac{5}{6}}$$

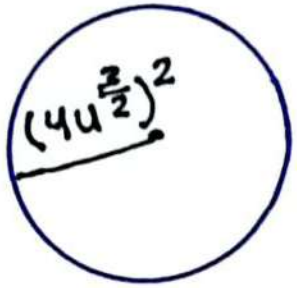
نعوض بدل x

$$=2(4096)^{\frac{13}{12}}+2(4096)^{\frac{5}{6}}$$

الآلة الحاسبة

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* مساحة كل شكل مما يأتي :-



الحل :-

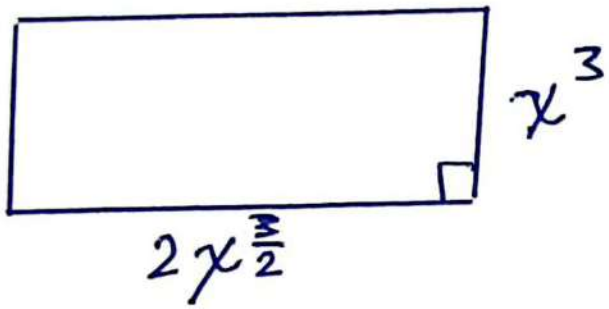
$(4u^{\frac{3}{2}})^2$ نضع لقطة :

$4^2 (u^{\frac{3}{2}})^2 = 16u^3$

$M = \pi r^2$

$= \pi (16u^3)^2$

$= 256\pi u^6$



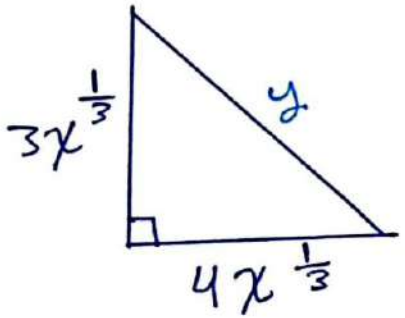
$M = (2x^{\frac{3}{2}})(x^3)$

$M = 2x^{\frac{3}{2}+3}$

$M = 2x^{\frac{9}{2}}$

$= 2\sqrt[2]{x^9}$

* جد محيط المثلث في الشكل الآتي



الحل: نطبق فيثاغورس

$$y^2 = (3x^{\frac{1}{3}})^2 + (4x^{\frac{1}{3}})^2$$
$$= 9x^{\frac{2}{3}} + 16x^{\frac{2}{3}}$$
$$y^2 = 25x^{\frac{2}{3}} \longrightarrow y = 5\sqrt{x^{\frac{2}{3}}}$$
$$= 5x^{\frac{1}{3}}$$

محيط المثلث $= 3x^{\frac{1}{3}} + 4x^{\frac{1}{3}} + 5x^{\frac{1}{3}}$

$= 12x^{\frac{1}{3}}$

---

* اكتب 4 مقادير مكافئة للمقدار $(x^{\frac{2}{3}})^3$

الحل :-

$\sqrt[3]{x^6}$ / $\sqrt[6]{x^{12}}$ / $\sqrt[8]{x^{16}}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الصيغة العلمية

الصيغة العلمية :- هي طريقة كتابة الاعداد الكبيرة جداً أو الصغيرة جداً على صورة حاصل ضرب عددين احدهما اكبر من أو يساوي 1 واقل من 10 والآخر احد قوى العدد 10

$a \times 10^n$ حيث $1 \leq a < 10$

n : عدد صحيح

امثلة :- $5 \times 10^6 / 3.2 \times 10^{-7} / 7.72 \times 10^8$

خطوات كتابة العدد على الصورة العلمية :-

① اذا كان عدد صحيح نضع له فاصلة على اليمين

② نترك الفاصلة العشرية بحيث يكون يمينها منزلة واحدة

③ نحدد قوة العدد 10 حيث التحرك لليسار هنا (n) عدد موجب أما التحرك لليمين هنا (n) عدد سالب

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثال: اكتب كل عدد مما يأتي بالصيغة العلمية:

① 12300000

الحل:-

* نحدد مكان لفاصلة:

فاصلة
12300000.

* نحرك الفاصلة لليسار لتقع بين 2 و 1 مع الانتباه الأصفار على يمين ليس لها أهمية

1.23000.00

1.23

* لاحظ n نلاحظ اننا حركنا 7 فنازل والحرك لليسار مضيء موجب

$12300000 = 1.23 \times 10^{7}$

---

② 0.000729

هنا توجد فاصلة حيث نضعها بين 2 و 7 حيث حركنا 4 فنازل لليمين مضيء n سالب

7.29×10^{-4}

---

③ 7864

الحل:

$7864 = 7.864 \times 10^{3}$

---

④ 4277.38

$4277.38 = 4.27738 \times 10^{3}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(5) 0.00000874

$0.00000874 = 8.74 \times 10^{-6}$

---

(6) 0.002

الحل :-

$0.002 = 2 \times 10^{-3}$

الصيغة القياسية :-

هو التحويل من الصيغة العلمية الى القياسية للتخلص من 10^n

حيث :-

n : سالب تحرك الفاصلة لليسار بمقدار n
وان انتهت الخانات تضع اصفار وعند التوقف
تضع فاصلة

n : موجب تنا التحرك لليمين

مثال :- اكتب كل عدد مما يأتي بالصيغة القياسية :-

(1) 7.21×10^5

تنا (n) موجب نتحرك لليمين

الحل :-

$721000.$

(2) 6.8×10^{-8}

تنا (n) سالب نتحرك لليسار

الحل :-

0.000000068

(3)

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

③ 6.432×10^{6}

الحل :-

6432000.

---

④ 3.45×10^{-2}

الحل :-

0.0345

---

⑤ 7×10^{-4}

الحل :-

$7. \times 10^{-4} = 0.0007$

---

⑥ 8×10^{3}

$8. \times 10^{3} = 8000$

كيف نقارن بين الأعداد المكتوبة بالصيغة العلمية ونرتبها

* اولاً نقارن أُس العدد ١٠
* ان تساوا أُس العدد ١٠ نقارن الجزء العشري

مثال :- رتب ما يلي تصاعدياً :

① 3.9×10^{6} ، 4.2×10^{5} ، 3.8×10^{6}

الأصغر هنا هو العدد ١٠

أُس العدد ١٠ متساوي نقارن الجزء العشري

$3.9 > 3.8$

④

الترتيب

$4.2\times10^{5} \,/\, 3.8\times10^{6} \,/\, 3.9\times10^{6}$

---

② 7.8×10^{-3} ، 7.9×10^{-3} ، 5.6×10^{-4}

نقارن الجزء العشري ← $7.8 < 7.9$

الأصغر ← 5.6×10^{-4}

الترتيب :- $5.6\times10^{-4} \,/\, 7.8\times10^{-3} \,/\, 7.9\times10^{-3}$

كيف نضرب ونقسم الأعداد المكتوبة بالصيغة العلمية :-

* نقوم بتجميع الأعداد العشرية معاً والأعداد المرفوعة للقوة 10 معاً
* الأس عند الضرب نجمع
* نكتب نواتج الفعل بالصيغة العلمية

مثال :- جد ناتج ما يلي :-

① $(3.4\times10^{-4})(6\times10^{7})$

$(3.4\times6)(10^{-4}\times10^{7})$

$= 20.4\times10^{3}$

نكتبه بالصيغة العلمية

$= 2.04\times10^{1}\times10^{3}$ $= 2.04\times10^{4}$

نجمع :-
$3.4\times6 = 20.4$
$10^{-4}\times10^{7} = 10^{-4+7}$
$= 10^{3}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(2) $(6.561 \times 10^{-4}) \div (7.29 \times 10^{7})$

$$\frac{6.561 \times 10^{-4}}{7.29 \times 10^{7}}$$

$$\left(\frac{6.561}{7.29}\right)\left(\frac{10^{-4}}{10^{7}}\right)$$

اكل ÷

$\frac{6.561}{7.29} = 0.9$ نقسم

$\frac{10^{-4}}{10^{7}} = 10^{-4-7} = 10^{-11}$

$0.9 \times 10^{-11} = 9 \times 10^{-1} \times 10^{-11}$

$= 9 \times 10^{-12}$

نكتبه بالصيغة العلمية

---

(3) $(5.6 \times 10^{11})(2.8 \times 10^{-14})$

$(5.6 \times 2.8)(10^{11} \times 10^{-14})$

$5.6 \times 2.6 =$

$10^{11} \times 10^{-14} = 10^{11+-14} = 10^{-3}$

$= 15.68 \times 10^{-3}$

$= 1.568 \times 10^{1} \times 10^{-3} = 1.568 \times 10^{-2}$

---

(4) $(1.305 \times 10^{5}) \div (1.45 \times 10^{8})$

$$\frac{1.305 \times 10^{5}}{1.45 \times 10^{8}} = \left(\frac{1.305}{1.45}\right)\left(\frac{10^{5}}{10^{8}}\right)$$

$= 0.9 \times 10^{-3}$

$= 9 \times 10^{-1} \times 10^{-3}$

$= 9 \times 10^{-4}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* يحتوي جسم الانسان البالغ 20 000 000 000 000 خلية دم حمراء تقريباً وكتلة الخلية الواحدة 0.000 000 000 1 g

اكتب كلاً من هذين العددين بالصيغة العلمية. ثم جد كتلة كل الدم الحمراء جميعها لدى الانسان البالغ.

الحل:-

$$20\ 000\ 000\ 000\ 000 = 2 \times 10^{13}$$

$$0.000\ 000\ 000\ 1 = 1 \times 10^{-10}$$

$$(2 \times 10^{13})(1 \times 10^{-10}) = 2 \times 10^{3}$$

تدرب واحل وسائل

* اكتب كل عدد مما يأتي بالصيغة العلمية:

① 250

الحل:- $250 = 2.5 \times 10^{2}$

---

② 20 780 000 000

الحل:- 2.078×10^{10}

---

③ 56.0045

الحل:- 5.60045×10^{1}

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

④ 0.00076

الحل :-

$0.00076 = 7.6 \times 10^{-4}$

---

* اكتب كل عدد مما يأتي بالصيغة القياسية :-

① 2.46×10^{2}

الحل :-

$2.46 \times 10^{2} = 246$

---

② 8.97×10^{5}

الحل :-

$8.97 \times 10^{5} = 897000$

---

③ 5.67×10^{-4}

$5.67 \times 10^{-4} = 0.000567$ الحل :-

---

④ 2.0789×10^{-2}

$2.0789 \times 10^{-2} = 0.020789$ الحل :-

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* رتب الأعداد الآتية تصاعديا :

6.25×10^{-1} ، 2.8×10^{5} ، 4.5×10^{5} ، 2.07×10^{-2} ، 6.3×10^{-1}

$2.8 < 4.5$

$6.25 < 6.3$

الحل : $2.07\times10^{-2} / 6.25\times10^{-1} / 6.3\times10^{-1} / 2.8\times10^{5} / 4.5\times10^{5}$

---

* جد ناتج كل مما يأتي :

① $(7.3\times10^{-3})(4\times10^{2})$

$(7.3\times4)(10^{-3}\times10^{2})$

$29.2\times10^{-1} = 2.92\times10^{1}\times10^{-1} = 2.92\times10^{0}$
$= 2.92$

نحولها الى الصورة العلمية

② $(2\times10^{-2})^{3}$ نوزع الأس

$2^{3}\times(10^{-2})^{3} = 8\times10^{-6} = 0.000008$

③ $(4.8\times10^{4}) \div (3\times10^{4})$

$\frac{4.8\times10^{4}}{3\times10^{4}} = \frac{4.8}{3} = 1.6$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

④ $\sqrt{(36 \times 10^{-4})}$

الحل :-

$$\sqrt{36}\ \sqrt{10^{-4}} = (6)(10^{-4})^{\frac{1}{2}}$$
$$= (6)(10)^{-2}$$
$$= 0.06$$

---

* تحتوي شبكة العنكبوت على ما يقارب 120000000 خلية عصبية وما يقارب 6000000 فطريات، اكتب كلاً من هذين العددين بالصيغة العلمية

الحل :-

$$120000000 = 1.2 \times 10^{8}$$
$$6000000 = 6 \times 10^{6}$$

---

* يبلغ طول خلية البكتيريا 0.00042 m وعرضها 0.00028 m وتحتوي الوسادة الواحدة ما يقارب 2000000 خلية بكتيريا، اكتب هذه الأعداد بالصيغة العلمية.

الحل :-

$$0.00042 = 4.2 \times 10^{-4}$$
$$0.00028 = 2.8 \times 10^{-4}$$
$$2000000 = 2 \times 10^{6}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* - بيني الجدول الآتي ابعاد بعض الكواكب عن الشمس
ارتب هذه الابعاد تنازلياً :-

الكوكب	الارض	المريخ	نبتون	عطارد	الزهرة	المشتري
البعد بالاميال	9.3×10^{7}	1.42×10^{8}	2.8×10^{9}	3.6×10^{7}	6.7×10^{7}	4.84×10^{8}

بعد الكوكب عن الشمس

الاكبر

الترتيب :-

$2.8\times10^{9} / 4.84\times10^{8} / 1.42\times10^{8} / 9.3\times10^{7} / 6.7\times10^{7} / 3.6\times10^{7}$

---

* حسب الكثافة السكانية لمنطقة ما بقسمة عدد السكان على مساحة هذه المنطقة في شهر آب من عام 2020 كان عدد سكان الارض 7.8×10^{9} نسمة. اذا كانت مساحة سطح اليابسة على الارض $1.438\times10^{9}\ km^2$ فاوجد الكثافة السكانية لسكان الارض على اليابسة.

الحل :-

$$\frac{7.8\times10^{9}}{1.438\times10^{9}} = \frac{7.8}{1.438}$$

$$\simeq 5.4$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* تبلغ كتلة الولفية 1.5×10^{-4} g. ماذا احتوت ملعقة صغيرة 5×10^{3} نبتات ولفية تقريباً فما وجد كتلة هذه الكمية

الحل :-

$$(1.5 \times 10^{-4}) \times (5 \times 10^{3})$$

$$(1.5 \times 5)(10^{-4} \times 10^{3}) = 7.5 \times 10^{-1} = 0.75$$

---

* ايهما اكبر 10^{1000} أم 1000^{10}

$$\downarrow$$

$$(10^{3})^{10}$$

$$\downarrow$$

$$10^{30}$$

$$\text{معليه} \quad 10^{1000} > 10^{30}$$

---

* اكتشف الخطأ : حلّ كل من سعد وهدى مسألة قسمة مكتوبة بالصيغة العلمية على الخط الآتي من منهما حله صحيح ؟

سعد

$$\frac{3.12 \times 10^{-4}}{6 \times 10^{8}} = 0.52 \times 10^{-12}$$

$$= 5.2 \times 10^{-13}$$

هدى

$$\frac{3.12 \times 10^{-4}}{6 \times 10^{8}} = 0.52 \times 10^{-12}$$

$$= 5.2 \times 10^{-11}$$

الحل :- حل سعد صحيح ، الخطأ عند هدى في آخر خطوة

$$0.52 \times 10^{-12}$$

$$5.2 \times 10^{-1} \times 10^{-12} = 5.2 \times 10^{-13}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* مسألة مفتوحة : اكتب عددين بالصيغة العلمية ناتج ضربهما 7.2×10^5 هم عددين بالصيغة العلمية ناتج قسمتهما 7.2×10^5

الحل :

$(3 \times 10^2) \times (2.4 \times 10^3)$

$(1.44 \times 10^8) \div (2 \times 10^2)$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

النسبة المئوية

* النسبة المئوية : هي نسبة تقارن عدداً بالعدد 100
فاذا كان العدد اكبر من 100 فان النسبة المئوية تكون اكبر من 100% أما اذا كان العدد الذي اقارن به اقل من 1 فان النسبة المئوية اقل من 1%

كيف اجد النسبة المئوية من كمية :-

① حوّل النسبة المئوية الى كسر
② اضرب الكسر في الكمية .

مثال : جد قيمة كل مما يأتي :-

① 150% من 5

$\frac{150}{100} \times 5$

نختصر :-

$\frac{150}{100} \times \frac{5}{1} = \frac{15}{2} = 7.5$

$$\begin{array}{r} 7.5 \\ 2\overline{)15} \\ 14 \\ \hline 10 \\ -10 \\ \hline 00 \end{array}$$

② 0.7% من 2000

بسط $\frac{0.7}{100} \times 2000$

$\frac{7}{1000} \times 2000 = 14$

③ 350% من 10

$\frac{350}{100} \times 10$

$\frac{350}{100} \times 10 = 35$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

④ 5000 من 0.1%

الحل:-

$$\frac{0.1}{100} \times 5000$$

$$\frac{1}{1000} \times 5000 = 5$$

تطبيقات حياتية على النسبة المئوية :-

مثال :- ① ازداد طول نبتة بنسبة 25% مما كان عليه قبل اسبوع: جد طول النبتة الآن اذا كان طولها في الاسبوع السابق 40 cm

الحل:-

$$\frac{25}{100} \times 40 = \frac{1000}{10} = 10$$

ازداد الطول 10 cm

وعليه يصبح طول النبتة الآن : $40 + 10 = 50$ cm

---

② قررت ادارة احد المصانع تخفيض عدد عمالها بتسريح 30% منهم. اذا كان عدد العمال في المصنع 416 عاملاً، كم عاملاً سيبقى في المصنع

$$\frac{30}{100} \times 416 = 124.8 \simeq 125$$

$$416 - 125 = 291$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

النسبة المئوية للتغير

$$\text{النسبة المئوية للتغير} = \frac{\text{مقدار التغير}}{\text{الكمية الاصلية}} \times 100\%$$

حيث: مقدار التغير = الكمية الجديدة - الكمية الاصلية

مثال:

① اشترى معاذ زهوراً بقيمة 240 JD وباعها بعد 300 JD جد النسبة المئوية لربح معاذ.

الحل: مقدار التغير $300 - 240 = 60$

$$\text{النسبة المئوية للتغير} = \frac{\text{مقدار التغير}}{\text{الكمية الاصلية}} \times 100\%$$

$$= \frac{60}{240} \times 100\% = 25\%$$

هنا التغير زيادة

زاد سعرها بنسبة 25%

---

② اشترت مرح كاميرا بقيمة 119 JD بعد التخفيض اذا كان سعر الكاميرا قبل التخفيض 140 JD فاجد النسبة المئوية للخصم الذي حصلت عليه مرح

الحل: مقدار التغير $140 - 119 = 21$

هنا التغير نقصان

$$\text{النسبة المئوية للتغير} = \frac{\text{مقدار التغير}}{\text{الكمية الاصلية}} \times 100\%$$

$$= \frac{21}{140} \times 100\% = 15\%$$

نقصد سعرها 6% من سعرها

③

اتدرب واحل المسائل

* جد مايلي :-

① 2000 من 300%

$$\frac{300}{100} \times 2000 = 6000$$

② 40 من 0.14%

$$\frac{0.14}{100} \times 40 = 0.056$$

③ 400 من 250%

$$\frac{250}{100} \times 400 = 1000$$

---

* يزيد حجم الماء عند تجمده بنسبة 10% جد حجم 750 ml من الماء بعد التجمد

$$\frac{10}{100} \times 750 = 75$$

$$750 + 75 = 825 \text{ ml}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* زادت شركة للسيارات سعر سيارة يابانية من 23000 JD الى 25000 JD جد النسبة المئوية للزيادة في سعر السيارة مقرباً اجابتي لاقرب جزء من عشرة

الحل :-

مقدار التغير $25000 - 23000 = 2000$

$$\text{النسبة المئوية للتغير} = \frac{\text{مقدار التغير}}{\text{الكمية الاصلية}} \times 100\%$$

$$= \frac{2000}{23000} \times 100\% \approx 8.7\%$$

ازداد سعر السيارة 8.7%

---

* تفقد بطارية هاتف محمد الكامل بعد 20 ساعة اذا كانت النسخة المطورة من البطارية تعمر 30 دقيقة اضافية جد النسبة المئوية للزيادة في زمن عمل البطارية.

الحل :- مقدار التغير 30 دقيقة وهي 0.5 ساعة

$$\text{النسبة المئوية للتغير} = \frac{0.5}{20} \times 100\% = 2.5\%$$

---

* خضع عمران ونادية لاختبارين لهما النهاية العظمى نفسها. وكانت نتائجهما مثلما يظهر في الجدول من منهما كانت النسبة المئوية للزيادة في علامته اكبر من الاختبار A الى الاختبار B .

	اختبار B	اختبار A
عمران	17	12
نادية	20	14

الحل :- عمران :- النسبة المئوية للتغير $= \frac{5}{12} \times 100\% = 41.6\%$

نادية :- النسبة المئوية للتغير $= \frac{6}{14} \times 100\% = 42.8\%$

نادية افضل

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* خفضت شركة عدد عمالها بنسبة 5% فاصبح 228
جد عدد عمال الشركة قبل

الحل: هناك انخفاض ← 95% ← قبلها 100%

$$x = \frac{228}{95\%} = \frac{228}{0.95} = 240$$

---

* يتقاضى مبلغ 1431 JD شهرياً بعد زيادة على راتبه بنسبة 8% جد راتب الموظف قبل الزيادة

الحل: هناك زيادة ← 108% ← كنا 100%

$$x = \frac{1431}{108\%} = \frac{1431}{1.08} = 1325$$

---

* اشترى احمد كرسياً دواراً وباعه بمبلغ 63 JD، اذا كانت نسبة خسارته منه 55% جد ثمن الكرسي قبل

الحل: هناك نقصان ← 45% قبلها 100%

$$x = \frac{63}{45\%} = \frac{63}{0.45} = 140$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* اذا كان معدل تنفس لؤي 20 مرة في الدقيقة
اجب عما يأتي :-

① جد عدد مرات تنفس لؤي اذا اصبحت
180 % مما كانت عليه نتيجة ممارسته احد الرياضات

الحل :-

$$\frac{180}{100} \times 20 = 36$$

② نتيجة ممارسة لؤي رياضة اخرى اصبح معدل
تنفسه 120% من عدد مرات الرياضة الاولى. جد
عدد مرات تنفسه الجديدة

الحل:

$$\frac{120}{100} \times 36 = 43$$

---

* في عام 2018 انتج الاردن 21 ألف طن من
زيت الزيتون وفي عام 2019 انتج 119%
مما انتجه 2018 ، ما معنى نسبة 119%
وكم انتج عام 2019

الحل :- زاد الانتاج في 2019 بمقدار 19% في عام 2018

$$\frac{119}{100} \times 21 = 24.9 \simeq 25$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* إذا كانت 38% من القوارير البلاستيكية التي ينتجها مصنع زرقاء اللون والقوارير المتبقية عددها 7750 قارورة لونها بني. جد عدد القوارير الزرقاء التي ينتجها المصنع

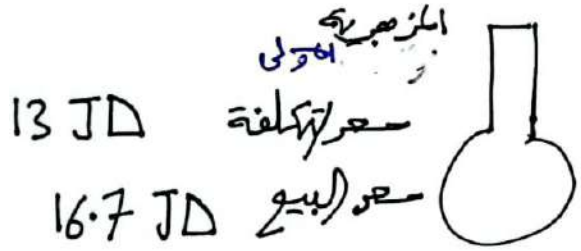
الحل:

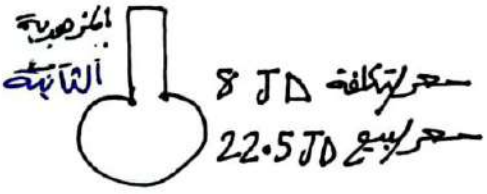
$$\frac{7750}{62\%} = \frac{7750}{0.62} = 12500$$

$$12500 - 7750 = 4750$$

---

* صممت جمانة مزهريتين فخاريتين وباعتهما بالسعر الموضح في الشكل المجاور، تقول جمانة ان نسبة ربحها في المزهرية الاولى اكبر من نسبة ربحها في المزهرية الثانية، هل ما تقوله جمانة صحيح.





الحل:

غير صحيح، نسبة ربحها في الثانية اكثر

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

اختبار الوحدة

اختر رمز الاجابة الصحيحة :-

① متعة $\sqrt{2500}$ تساوي

a) 25 b) -50 [c] 50 d) ±50

---

② متعة $\sqrt{1.44} - 4.2$

a) 3

[b] -3

c) 7.8

d) -5.4

$\sqrt{\frac{144}{100}} - 4.2 = \frac{12}{10} - 4.2$

$= 1.2 - 4.2 = -3$

---

③ افضل تقدير للعدد $8 - \sqrt{40}$ هو :-

a) 4

b) -16

c) 1

[d] 2

$\sqrt{36} < \sqrt{40} < \sqrt{49}$

(اقرب)

$\sqrt{40} \simeq 6$

وعليه :-

$8 - 6 = 2$

---

④ متعة $\sqrt{2} \times \sqrt{32}$ تساوي :-

a) 6

[b] 8

c) 64

d) 16

الحل :-

$\sqrt{2 \times 32} = \sqrt{64}$

$= 8$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

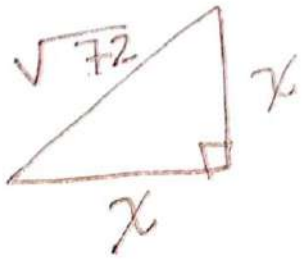
(5) مثلث قائم الزاوية متطابق الضلعين طول وتره $\sqrt{72}$ cm جد طول كل من ضلعي القائمة

a) 36 cm

b) $3\sqrt{2}$ cm

[c] 6 cm

d) 18 cm



$$\sqrt{72}^2 = x^2 + x^2$$

$$\frac{72}{2} = \frac{2x^2}{2}$$

$$x^2 = 36$$

$$\sqrt{x^2} = \sqrt{36} = 6$$

---

(6) أيٌ مجموعات الأطوال الآتية تمثل أطوال أضلاع مثلث قائم الزاوية:-

a) 6, 8, 11

b) $\sqrt{10}$, 4, 5

[c] 6, $2\sqrt{3}$, $4\sqrt{3}$

d) 5, 12, 14

$6^2 = 36$

$(2\sqrt{3})^2 = 4 \times 3 = 12$

$(4\sqrt{3})^2 = 16 \times 3 = 48$

$48 = 36 + 12$

عكس فيثاغورس

---

(7) أحد الأعداد الآتية عدد غير نسبي

[a] $\sqrt{12}$

b) $\sqrt{6.25}$

c) $3\frac{1}{5}$

d) -2

$\sqrt{12}$ عدد غير نسبي

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

(8) مثلة $\sqrt[3]{64x^6}$

a) $8x^2$

b) $8x^3$

c) $4x^3$

[d] $4x^2$

الحل:

$(64x^6)^{\frac{1}{3}}$

$(64)^{\frac{1}{3}}(x^6)^{\frac{1}{3}}$

$4x^2$

---

(9) ابسط صيغة للمقدار $\frac{u^{\frac{7}{4}} \times u^{\frac{3}{4}}}{u^{\frac{1}{2}}}$

[a] u^2

b) u^3

c) $u^{\frac{1}{2}}$

d) u

الحل:

$\frac{u^{\frac{7}{4}+\frac{3}{4}}}{u^{\frac{1}{2}}} = \frac{u^{\frac{10}{4}}}{u^{\frac{1}{2}}}$

$= u^{\frac{10}{4}-\frac{1}{2}}$

$= u^2$

---

(10) تبلغ سرعة الصوت 1236 km/h وتكتب بالصيغة العلمية:

a) 1.236×10^4

[c] 1.236×10^3

b) 1.236×10^{-3}

d) 12.36×10^2

---

(11) ناتج القسمة $(3 \times 10^{-2}) \div (5 \times 10^{-6})$ هو:

a) 0.6×10^3

b) 6×10^4

c) 6×10^{-3}

[d] 6×10^3

$\frac{3 \times 10^{-2}}{5 \times 10^{-6}} = (\frac{3}{5})(\frac{10^{-2}}{10^{-6}})$

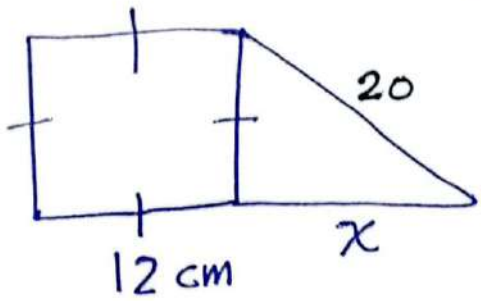
$= 0.6 \times 10^4$

$= 6 \times 10^{-1} \times 10^4$

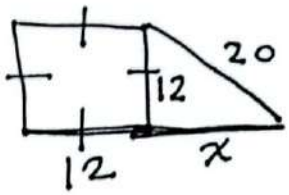
$= 6 \times 10^3$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* جد طول الضلع المجهول في الشكل المجاور



الحل :-



نطبق فيثاغورس :-

$$20^2 = 12^2 + x^2$$
$$400 = 144 + x^2$$
$$-144 \quad -144$$
$$\sqrt{x^2} = \sqrt{256}$$
$$x = 16$$

---

* اميز العدد النسبي من غير النسبي في ما يأتي :

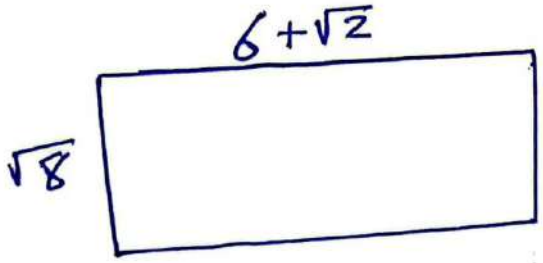
① $-\sqrt{36}$ الحل : -6 عدد صحيح "نسبي"

② $\sqrt{50}$ الحل :- جذر اصم عدد غير نسبي

---

* جد مساحة المستطيل الآتي بابسط صورة :

الحل :-



مساحة المستطيل = الطول × العرض

$$M = (6+\sqrt{2})(\sqrt{8})$$
$$= (6)(\sqrt{8}) + (\sqrt{2})(\sqrt{8})$$
$$= 6\sqrt{8} + \sqrt{16}$$
$$= 6\sqrt{4\times 2} + 4$$
$$= 12\sqrt{2} + 4$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* رتب مجموعة الأعداد الآتية تصاعدياً :-

$\sqrt{24}$ ، $5\frac{1}{4}$ ، $4.\overline{6}$ ، 5 ، π

الحل :-

نحولها الى كسور عشرية :-

$\sqrt{24} = 4.89\ldots$

$5\frac{1}{4} = 5.25$

$4.\overline{6} = 4.666\ldots$

$5 = 5$

$\pi \simeq 3.14$

الترتيب :-

π ، $4.\overline{6}$ ، $\sqrt{24}$ ، 5 ، $5\frac{1}{4}$

---

* بسط المقدار $\frac{\sqrt[3]{343}}{\sqrt{28}}$

7	343
7	49
7	7
	1

الحل :-

$\frac{7}{\sqrt{4 \times 7}}$

$\frac{7}{2\sqrt{7}}$ انطاق المقام

$\frac{7}{2\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}}$

$\frac{7\sqrt{7}}{(2 \times 7)} = \frac{\sqrt{7}}{2}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

* اكتب المقدار $\frac{p^{\frac{2}{3}}}{p^{-\frac{4}{3}}}$ بابسط صورة

الحل :- الأس عند القسمة تطرح

$$p^{\frac{2}{3}-\left(-\frac{4}{3}\right)} = p^{\frac{2}{3}+\frac{4}{3}} = p^{\frac{6}{3}} = p^{2}$$

---

* يبلغ طول شعرة الماء 0.01981 cm وطول شعرة السوس 0.09652 cm

اكتب العددين بالصيغة العلمية ثم حدد اي الشعرتين اطول

شعرة الماء $0.01981 = 1.981 \times 10^{-2}$

شعرة السوس $0.09652 = 9652 \times 10^{-2}$

بالمقارنة شعرة السوس أطول

---

* باع متجر بذلة رجالية بمبلغ 150 JD وبربح مقداره 30% من سعر التكلفة

$$\frac{150}{130\%} = \frac{150}{1.3} = 115.4 \text{ JD}$$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner